

特性曲線法を用いた関連速度場の適用例

一雄郎
浩郁太
井野崎
赤佐山 ○
部学院
工学大
学工学
大大大
都都都
京京京

1. まえがき

地盤の支持力問題や土圧問題などでは、剛塑性理論を用いた解析がなされてきた。その中で、破壊時の応力とひずみ速度の構成関係より関連速度場を考え、すべり線の様相を調べる試みがなされている。¹⁾今回は、Mohr-Coulomb型の破壊規準を持つ応力場に対し、ひずみ速度場ではダイレイタンシー角 ψ を導入することにより、特性曲線法を用いた関連速度場の構成に関し考察を加え、傾斜地盤上の基礎の支持力問題への具体的な適用を試みる。

2. 関連速度場の構成

いま、応力釣合式・破壊条件・応力境界条件から得られる応力場と、flow-ruleから得られる速度場とが相互に関連づけられた場を関連速度場と称することにする。この関連速度場を構成する目的は、応力場から得られる解が上界値であることの確認、すなわち塑性仕事率がいたるところで正となることを確認し、運動学的に可容なひずみ速度場を求めることである。いま、等方性を仮定すると、応力とひずみ速度の主軸は一致し、速度方程式と速度特性線方向は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} K_1: & \quad dv_1 + dv_2 \sin V - v_2 d\alpha \cos V = 0 \\ K_2: & \quad dv_2 + dv_1 \sin V + v_1 d\alpha \cos V = 0 \end{aligned} \right\} \text{--- (1)}$$

$$\frac{dy}{dx} = \tan \left\{ \alpha \pm \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\nu}{2} \right) \right\} \quad \text{---(2)}$$

ニニで v_1, v_2, α はそれぞれ K_1, K_2 線に於く速度分布と最大主応力方向である。また、 ν は体積ひずみ速度の膨張・減少を表わすダイレイタション角で、次式で示される。

$$\frac{\dot{\hat{x}}_2 - \dot{\hat{x}}_y}{\dot{\hat{x}}_2 + \dot{\hat{x}}_y} = -\sin V \quad \text{--- (3)}$$

①式は3変数(u, v, α)に対し特性線方向に関し不特定となるが、あらかじめ応力場を求めておけば塑性域での α が既知となり静定問題となる。ここで具体的に α を求める場合、図-1に示す応力特性線の節点上での α より補間することによって、網目内の任意点P(x, y)での値を次のように求める。

$$\alpha_p(x, y) = \underline{\Phi}_1 + \underline{\Phi}_2 x + \underline{\Phi}_3 y + \underline{\Phi}_4 xy, \quad \underline{\Phi}_i = \underline{\Phi}_i(\alpha_A, \alpha_B, \alpha_C, \alpha_D) \quad \dots (4)$$

さて、歪度特性線や速度分布(2, 2a)を算定する方法は、①、②式を変位速度境界より逐次数値積分を行うことによって求める。しかし、ここでは速度特性線と応力特性線が互いに、

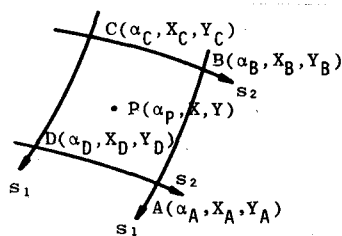


图-1

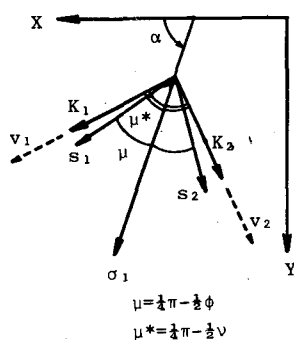


图-2

$(\varphi-\nu)/2$ の角度で交わっていることを利用し、速度特性線網を形成する。つまり、 $k(k_2)$ 線は $s(s_1)$ 線に対して常に、 $(\pi-\varphi-\nu)/2$ の角度を持っている。(図-2)

3. 適用例

土が *associated flow-rule* に従う場合は、 $\varphi=\nu$ となり速度と応力の特性線は一致する。 $\nu=0$ のときは、土は一定の体積を保ち変形することが知られている。¹⁾ $\nu=-$ 一定の場合の水平地盤上の帯基礎の支持力の速度特性線はすでに求められているが、²⁾ ここでは傾斜地盤上の基礎の支持力問題の応力と速度の特性線を図-3に示す。変形域と静止域を分ける最も外側の速度特性線に沿っては常に $v_2=0$ であるから、①式より、

$$dv_1 = (v_1 \sin \nu + v_2) d\alpha \sec \nu \quad \text{---⑤}$$

が得られ、結局 v_1 は次式で表わされる。

$$v_1 = v_{10} \cdot \exp \{ (\alpha_0 - \alpha) \tan \nu \}, \quad (v_{10}, \alpha_0 \text{ は基礎直面での値}) \quad \text{---⑥}$$

また、 $\varphi=\nu$ の場合、両特性線は一致するので速度分布は容易にまり、図-4に示す。両図を比較すると、 ν が φ に近づくにつれ合速度は小さくなることがわかる。なお、以上の手順で求められた関連速度場は次の条件を満足するかどうか検証する必要がある。塑性仕事率を $\dot{W}$ として、

$$\left. \begin{aligned} \dot{W} &= v_1 \dot{\epsilon}_1 + v_2 \dot{\epsilon}_2 \quad (\dot{\epsilon}_2 = 0) \\ \dot{\epsilon}_3 &= \frac{1}{2} \{ (\dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y) \pm \sqrt{(\dot{\epsilon}_x - \dot{\epsilon}_y)^2 + 4\dot{\gamma}^2} \} \\ v_{1,3} &= \frac{1}{2} \{ (v_x + v_y) \pm \sqrt{(v_x - v_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \} \end{aligned} \right\} \quad \text{---⑦}$$

実際に、 $v_{1,3}$ は応力場より、 $\dot{\epsilon}_3$ は速度場よりそれぞれ求まるから、⑦式で $\dot{W}$ を計算し、全域にわたって $\dot{W} \geq 0$ か否かの検証を行い、この条件を満足しない関連速度場は、応力場を求めるための境界条件等に不備があった場合、あるいは速度特性線が速度境界条件に不適合で、そのような塑性変形は生じない場合と判断できる。

4. 結語

今回は等方性を仮定した上での関連速度場の構成について述べたが、より現実的なモデルとして異方性を考慮することが望ましく、またモデル実験によって以上の理論解との対応をなす必要がある。なお、この研究に際し、文部省科学研究費(奨励研究)の補助を受けたことを感謝します。

参考文献: 1) Davis, E.H. : Theories of Plasticity and the Failure of Soil Masses, In Soil Mechanics: Selected Topics, I.K. Lee ed. Butterworth

2) Davis, E.H. & Booker, J.R. : Symposium on Plasticity and Soil Mechanics, Cambridge, 1973

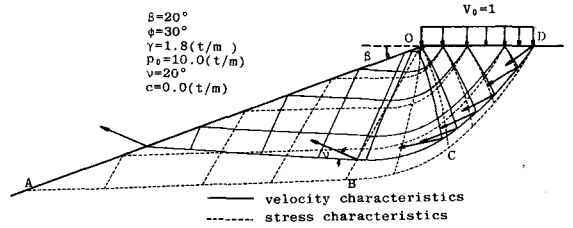


図-3

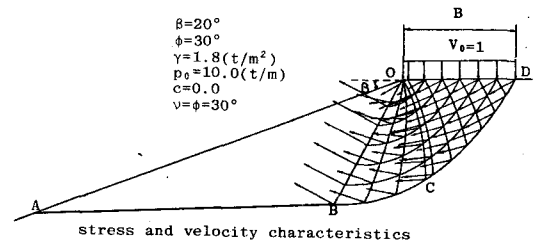


図-4