単一要素Kinematic waveモデルの集中化とその誤差構造

京都大学工学部　正員　高棹琢馬
京都大学工学部　正員○椎葉充晴

1. はじめに　流出系モデルの集中化は流出現象解明の重要な問題の１つである。本研究では，単一要素Kinematic waveモデルの集中化と集中化による誤差の構造を明らかにする。これは，河川流域の集中化スケールを決定する手掛りとなるものと思われる。

2. Kinematic wave（K. W. と略）モデルの無次元化

単一要素K.W. モデル

$$\partial h/\partial t+\partial q/\partial t=r(t),\ q=\alpha h^m,\ 0\leq x\leq L \tag{1}$$

（α, m, Lは定数，r(t)は降雨強度，$q_L(t)$は流出強度）において，

$$x_*=L,\ q_*=\bar{r}L,\ h_*=\left\{\bar{r}L/\alpha\right\}^{1/m},\ t_*=t_c=\left\{\frac{L}{\alpha\bar{r}^{m-1}}\right\}^{1/m},\ r_*=\bar{r}$$
$$T_R=t_r/t_c,\ P(\tau)=r(T_R\tau)/\bar{r},\ R=r/r_*,\ X=x/x_*,\ T=t/t_*,\ H=h/h_*,\ q=q/q_* \tag{2}$$

（t_rは降雨継続時間，$\bar{r}$は平均降雨強度）とおくと，無次元化式

$$\partial H/\partial T+\partial Q/\partial X=R(T)\,(=P(T/T_r)),\ Q=H^m,\ 0\leq X\leq 1 \tag{3}$$

を得る。T_Rは系の応答時間の代表値 t_c に相対的な入力の継続時間を表わし，$P(\tau)$は入力 r(t)の配分パターンを表わす。

3. Reservoir cascade（R. C. と略）モデルによる集中化

$0=X_{0,k}<X_{1,k}<\cdots<X_{k,k}=1$ なる分点$X_{i,k}$をとって，区間$(X_{i-1,k}, X_{i,k})$のHの積分値をS_i, $X_{i,k}$ でのHをH_i, $F_{i,k}=X_{i,k}-X_{i-1,k}$ とすると，

$$Q_i=H_i^m,\quad dS_i/dt=F_{i,k}R(T)+Q_{i-1}-Q_i \tag{4}$$

を得る（図１）。H_i が S_i の関数であれば，この式でKinematic wave モデルが集中化できることになる。定常時には$H\propto X^{1/m}$ であるから，

$$H_i=b_i\frac{S_i}{F_{i,k}},\quad b_i=(m+1)X_{i,k}^{1/m}F_{i,k}\Big/\left\{m\left(X_{i,k}^{\frac{m+1}{m}}-X_{i-1,k}^{\frac{m+1}{m}}\right)\right\} \tag{5}$$

なる関係がある。入力R(T)の変化が緩やか，すなわち，T_Rが大きい時は，水面形状は定常時のそれで近似できるので，この関係を(4)式に代入したR.C. モデルでK.W. が集中化される。

差分解法における安定性の条件から考えて，各区間の定常時伝播時間が等しくなるように分点$X_{i,k}$をとるのがよい。そうすると，$X_{i,k}$ は

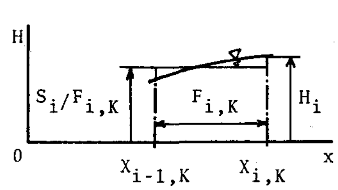

図 1

Takuma TAKASAO, Michiharu SHIIBA

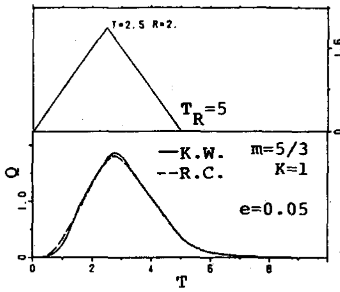

図 2

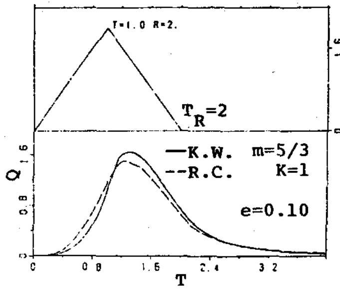

図 3

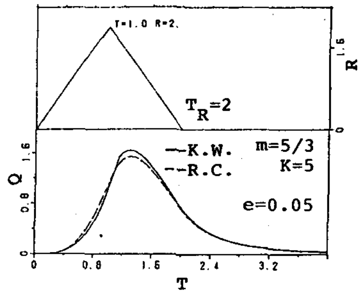

図 4

$$X_{k-1,k}=((K-1)/K)^m\ ,\quad X_{i,k}=X_{i,k-1}\ X_{k-1,k},\quad i<K \tag{6}$$

より再帰的に求まる。

T_Rが小さくなると，$R(T)=P(T/T_R)$の時間変化は急激になり，その変化を記憶するために状態量（＝区間内貯水量S_i）の個数Kを増やす必要がある。実際，降雨配分パターンを2等辺三角形状とすると，T_Rが大きいときはK=1でも集中化誤差は小さく（図2），T_Rが小さくなるとK＝1では集中化誤差が大きくなり（図3），誤差を同程度にするためにはK=5にしなければならない（図4）。ただし，K.W. モデルによる流出量を$Q_k(T)$，$Q_R(T)$とするとき，集中化誤差は

$$\ell=\max_{T\le T_E}\left[\,|Q_k(T)-Q_R(T)|\,/\left\{Q_k(T)+\max_{T\le T_E}Q_k(T)\right\}\right] \tag{7}$$

（T_Eは$Q_k(T)$の累加が流入量の98％となる時刻）で評価するものとする。

降雨配分パターンが2等辺三角形，m＝5/3のときの集中化誤差eの等値線図が図5である。また，最小2乗法によって求めたeの近似式は，

$$e=0.184/\left\{T_R^{0.184}K^{0.452}\right\} \tag{8}$$

である。対象とする斜面の等価粗度係数N，勾配θ，斜面長L，平均降雨強度$\bar{r}$，降雨継続期間t_rが与えられると，$\alpha=\sqrt{\sin\theta}/N$，m＝5/3として(2)の第6式から$T_R$が求められるので，図5または(8)式から所要の精度eに対する貯水池個数Kが求まる。$\bar{r}$，t_rの増大とともにT_Rは増加するから，標準入力に対してKを定めておけば，規模の大きい入力に対しても精度は保証されることになる。

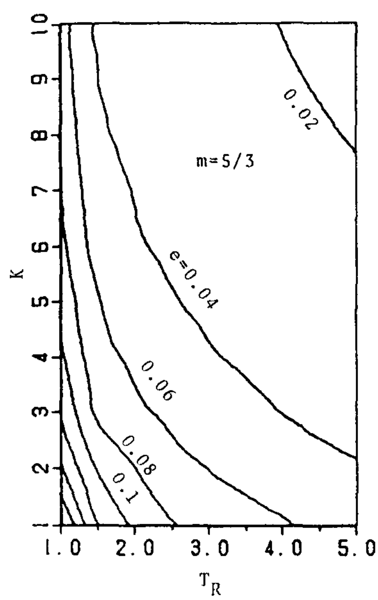

図 5

4. あとがき

河川流域全体を考えるときには河道網系の集中化も考えなければならない。これらは今後の課題としたい。

なお，本研究は，自然災害特別研究（代表・高棹）費の援助を受けた。記して謝意を表する。