

開水路流れにおける混合現象の数値シミュレーション

京都大学工学部 正員 岩佐 義朗
 京都大学工学部 正員 綾 史郎
 京都大学大学院 学生員 西川 秀昭

1. はじめに

せん断乱流場における主流方向の混合現象(移流分散)については、いくつかの解釈があるが、本研究では、Lagrange的解析法に基礎をおき、流下方向に一樣な開水路流れを主たる対象として、その適用性、数値シミュレーション法について検討した。

2. 3次元せん断乱流場における流体粒子の運動

開水路流れにおける主流方向の局所時間平均流速の分布形は、一般に図-1のようであり、アスペクト比が大きいとき、水路中央部で対数則の成立する領域が存在するが、水路幅方向にも弱い分布の非一様性が存在している。速度場は流下方向に等質と仮定し、このような流れの中に存在する粒子の運動は、Lagrange的に次のように記述される。

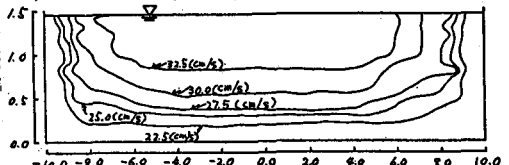


図-1

$$\left. \begin{aligned} X(\alpha, t) &= \alpha + \int_0^t u_x(\alpha, t') dt' \\ Y(\alpha, t) &= \alpha + \int_0^t u_y(\alpha, t') dt' \\ Z(\alpha, t) &= \alpha + \int_0^t u_z(\alpha, t') dt' \end{aligned} \right\} (1) \quad \left. \begin{aligned} u_x(\alpha, t) &= \bar{u}_x(Y, Z) + u'_x(X, Y, Z, t) \\ u_y(\alpha, t) &= u'_y(X, Y, Z, t) \\ u_z(\alpha, t) &= u'_z(X, Y, Z, t) \end{aligned} \right\} (2)$$

ここに、 u_i ; 粒子の持つLagrange的速度、 α ; $t=0$ の粒子位置、 t ; 時刻である。また、 $\bar{u}_x$; 主流方向の局所平均流速、 u'_i ; Euler的乱れである。

流体粒子は、(1)、(2)式に示されるように、断面内をEuler的乱れ成分 u'_i によ、て不規則に移動し、その結果として得る u_x は、速度場が流下方向に等質であるとき、定常確率過程であると考えられる。Lagrange速度の平均値 $\bar{u}_x$ 、分散(Lagrange的変動強さの2乗)は、

$$\begin{aligned} \bar{u}_x &\equiv \frac{1}{V} \int_V u(\alpha, t) dV = \frac{1}{A} \int_A (\bar{u}_x + u'_x) dA, \quad [(u_x - \bar{u}_x)^2] \equiv \frac{1}{V} \int_V (u(\alpha, t) - \bar{u}_x)^2 dV \\ &= \bar{u}_x \quad (3) \quad = \frac{1}{A} \int_A \{(\bar{u}_x - \bar{u}_x)^2 + \bar{u}_x'^2\} dA \quad (4) \end{aligned}$$

である⁽¹⁾。粒子の運動のアンサンブル平均をとると、Taylorの乱流拡散理論より、次式となる。

$$\sigma_x^2 = 2[(u_x - \bar{u}_x)^2] \int_0^t (t - \tau) R_L(\tau) d\tau \quad (5) \quad D = [(u_x - \bar{u}_x)^2] T_{SL} \quad (6)$$

粒子のx軸上の位置の分散 σ_x^2 は、(5)式によ、て示され、Lagrange的自己相関係数 $R_L(\tau)$ によ、て規定されるが、よく知られているように $\tau \approx 0$ で、 $\sigma_x^2 \propto \tau$ で、 $\tau \rightarrow \infty$ で、 $\sigma_x^2 \propto \tau$ の関係がある。 $R_L(\tau)$ については、せん断乱流中の u_x の実測が困難なため、数値シミュレーションが有利であり、2次元せん断乱流場では、指数関数型でよく近似されるようである⁽⁵⁾。3次元せん断乱流場の $R_L(\tau)$ については、未知な点が多い。

また、(3)~(6)式のアサンブル平均のとり方としては、①定常確率過程であることより、1つの粒子に着目し、長時間の時系列を解析する方法と、②多数の粒子の標本平均をとる方法の2法が考えられよう。

3. Lagrange的解析法に基づく数値シミュレーション法

流体中の1つの粒子の運動に着目し、時刻 $t=n\Delta t$ に (X^n, Y^n, Z^n) に存在した粒子が、 Δt 時間後に $(X^{n+1}, Y^{n+1}, Z^{n+1})$ に移動した時、位置の関係は(7)式で近似され、 $t=0$ に点 a に存在した粒子の持つLagrange的速度 $u_i(a, n\Delta t)$ とEuler速度 $u_i(X, Y, Z, n\Delta t)$ の関係は(8)式で近似することができる。

$$\left. \begin{aligned} X^{n+1} &\equiv X^n + u_x(a, n\Delta t) \Delta t \\ Y^{n+1} &\equiv Y^n + u_y(a, n\Delta t) \Delta t \\ Z^{n+1} &\equiv Z^n + u_z(a, n\Delta t) \Delta t \end{aligned} \right\} (7)$$

$$\left. \begin{aligned} u_x(a, n\Delta t) &\equiv \bar{u}_x \{ (Y^{n+1} + Y^n)/2, (Z^{n+1} + Z^n)/2 \} \\ &\quad + u_x(X^n, Y^n, Z^n, n\Delta t) \\ u_y(a, n\Delta t) &\equiv u_y(X^n, Y^n, Z^n, n\Delta t) \\ u_z(a, n\Delta t) &\equiv u_z(X^n, Y^n, Z^n, n\Delta t) \end{aligned} \right\} (8)$$

数値シミュレーションに用いる計算条件等としては、以下のようなことが考えられよう。
 u_x ；一般に開水路流れにおいては、流速分布形状は、アスペクト比等により異なり、一般化は困難であり、実測結果等が用いられよう。

u_y ；実測値、あるいは、浅野⁽²⁾、Laufer⁽³⁾等の実測結果の利用が考えられる。 x 成分として、浅野の普偏関数表示の断面平均値を用い、 y 、 z 成分として、Lauferの測定結果を利用すれば、 $u_x/u_* = 1.58$ 、 $u_y/u_* = 0.62$ 、 $u_z/u_* = 1.17$ となる。

u_z ；乱れ強さを知れば、日野の複号乱数列モデル⁽⁴⁾を用いて、モンテカルロ法により、発生し得る。

Δt ；上述のモデルを用いる際は、実時間と適合させるために、時間スケールを決める必要があり、浅野の推定値 $u_x/u_* = 2.502$ 、 $\tau_L = 0.72 d/u_*$ を用いた筆者らの2次元拡散シミュレーションの結果では、 $\Delta t = 0.06 d/u_*$ の時得られる拡散係数が $D/u_* = u_*^2 \tau_L$ と一致した。

境界条件；完全反射の仮定を設けると、図-2のような場合が存在する。

発生粒子個数；できるだけ多い方が平均化が進み望ましいが、計算ステップ数との関係で計算機の容量により制限を受ける。

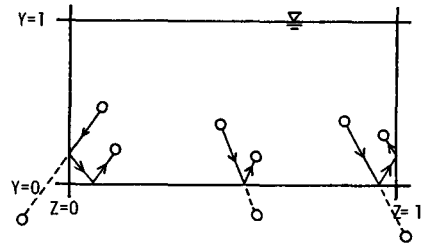


図-2

4. おわりに

開水路流れにおける混合現象を解析する方法の1つとして、Lagrange的解析法の適用性シミュレーションの必要性、および、日野の複号乱数列モデル等を用いてシミュレーションする際の必要事項について述べた。実際のシミュレーション結果については、次の機会に譲りたい。

参考文献；(1) Tenenkes and Lumley ; a First Course in Turbulence , MIT Press 1972, (2) 浅野富夫 ; 京都大学学位論文, 1980, (3) Laufer, J ; NACA Report No. 1174, 1954, (4) 日野幹雄 ; 第9回水理講演会講演集, 1965, (5) 西川, 岩佐, 綾 ; 第36回土木学会年次講演会講演集, 1984