

流量変化に対する河床波の応答遅れ

京都大学防災研究所 正員 芦田 和男

京都大学防災研究所 正員 中川 一

四国電力株式会社 正員 O加藤 均

1. まえがき 河床波に関しては、平衡状態を対象とした研究が多く行われてきた。ところが、実河川では大幅な流量変化が見られるため、非平衡状態を対象とする研究が重要である。そこで、本研究においては、一定の水理条件下での河床波の変形過程、ならびに流量変化を与えた場合の河床波の応答について、理論的かつ実験的に考察を行う。

2. 河床波の平衡状態への移行過程 河床波の変形過程を、統合、分裂、埋め戻しの3つのプロセスに分類し、これらの定式化を行う。

①統合 図1のように、 i 番目の波が j 番目の波の緩斜面に乗る場合を考える。流砂量、追いつきに要する時間、波長および波高の増分を、それぞれ(1)~(4)式で表示する。

$$Q_0 = S(1 - \rho_0) U_i D_i \quad \dots (1) \quad dt_i = L_i / (U_{i-1} - U_i) \quad \dots (2)$$

$$dL_i = L_{i-1} \quad \dots (3) \quad 2SD_{i-1}L_{i-1} = \frac{1}{2} L_i dD_i \quad \dots (4)$$

ここに、 S :河床波の形状係数、 ρ_0 :砂の空隙率、 U_i :河床波の進行速度、 D_i :波高、 L_i :波長で、添字 i は i 番目の波、添字のないものはアンサンブル平均値。

以上の式と、個々の波の相似性を仮定すると、波長および波高の平均値の変化速度は、それぞれ次式のようにになる。

$$\frac{dL}{dt} = \frac{Q_0}{1 - \rho_0} \frac{1}{L} f_{s1}(\alpha) \quad \dots (5) \quad \frac{dD}{dt} = \frac{Q_0}{1 - \rho_0} \frac{1}{L} f_{s2}(\alpha) \quad \dots (6)$$

$$\text{ここに、} f_{s1}(\alpha) = \frac{\alpha}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\eta_1 - \eta_2}{(1 + \alpha \eta_1)^2} f_0(\eta_1) d\eta_1 f_0(\eta_2) d\eta_2 \quad \dots (7)$$

$$f_{s2}(\alpha) = 4\alpha \int_0^\infty (1 + \alpha \eta_1) \int_0^\infty \frac{\eta_1 - \eta_2}{(1 + \alpha \eta_1)^3} f_0(\eta_1) d\eta_1 f_0(\eta_2) d\eta_2 \quad \dots (8)$$

上式において、 η_i は無次元波高 $\eta_i = (D_i - D) / \alpha D$ (α :波高の変動係数、 $f_0(\eta)$:確率密度関数) であって、 $\alpha = 0.4$, $S = 0.5$, $f_0(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{\eta^2}{2})$ とすると、 $f_{s1}(\alpha) \div f_{s2}(\alpha) = 0.2961 (=f)$ となる。

②分裂 分裂の起こり易さを砂粒の移動停止の回数に比例するものとして(9)式を仮定し、さらに若干の演算を行うと(10)、(11)式を得る。

$$\frac{dn}{dt} = A(L - \beta D) / \lambda \quad \dots (9) \quad \frac{dL}{dt} = -A \frac{L^2}{\lambda} (1 - \beta \frac{D}{L}) \quad \dots (10) \quad \frac{dD}{dt} = -A \frac{L^2 D}{\lambda} (1 - \beta \frac{D}{L}) \quad \dots (11)$$

ここに、 A :平坦河床上の単位長単位時間あたりの波の発生頻度、 n :波数、 $\beta = l_w / D$ l_w :はく離距離、 λ :平均 step length。

③埋め戻し 図2のような埋め戻しを考え、河床の連続条件より $\frac{1}{2} L_i (-dD_i) = \frac{Q_{0i}}{1 - \rho_0} dt$ を得る。同式において、 $L_i \div \alpha L_i$, $Q_{0i} \div Q_0$ として変形すると、波高の平均値の変化速度が次式のように求まる。

$$\frac{dD}{dt} = - \frac{Q_0}{\alpha(1 - \rho_0)} \frac{1}{L} f_{s3}(\alpha) \quad \dots (12)$$

ここに、 $\alpha = 1 - \beta \frac{D_i}{L_i} \div 1 - \beta \frac{D}{L}$, $f_{s3}(\alpha) = 2 \int_0^\infty \frac{1}{1 + \alpha \eta_1} f_0(\eta_1) d\eta_1 \quad \dots (13)$ である。 $\alpha = 0.4$, $S = 0.5$ のとき、 $f_{s3}(\alpha) = 2.551$ となる。また、初期には波長は一定と考える。

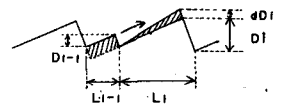


図1 統合の模式図

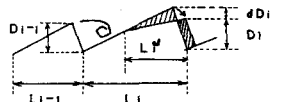


図2 埋め戻しの模式図

Case 1

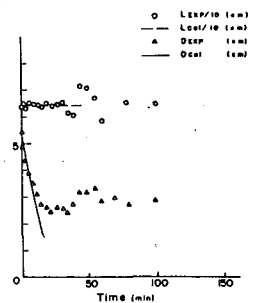


図3(a) 波長、波高の理論値と実験値の比較

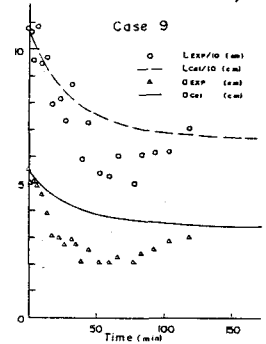


図3(b)

Kazuo ASHIDA, Hajime NAKAGAWA, Hitoshi KATŌ

さて、平坦から平衡状態への移行過程においては、統合(①)と分裂(②)が卓越することが知られる。したがって、この過程における波長、波高の変化速度は、それぞれ次のように置けるものとする。

$$\frac{dL}{dt} = f \frac{g_0}{1-f} \frac{1}{D} - A \frac{L^2}{\Delta} (1 - \beta \frac{D}{L}) \quad \cdots (14) \quad \frac{dD}{dt} = f \frac{g_0}{1-f} \frac{1}{L} - A \frac{L^2 D}{\Delta} (1 - \beta \frac{D}{L}) \quad \cdots (15)$$

平衡状態では、 $\frac{dL}{dt} = \frac{dD}{dt} = 0$ より、 $A = f \frac{g_0}{1-f} \Lambda e \{ D_e L_e^2 (1 - \beta \frac{D_e}{L_e}) \}^{-1} \cdots (16)$ となる。ここで、添字 e は平衡状態の諸量。

図3(a)~(c)は、以上のモデルと実験値を比較したものである。実験は前報のものであって、計算では、 $\Lambda = \Lambda_e = 100d$ (d : 粒径), $f_0 = 0.35$, $\beta = 4.4$, $g_0 = 10 \frac{g}{cm^3} \sqrt{(0.7/f - 1)d^3}$ が採用されている。これらの四の結果より両者の適合性はかなり良いと言える。

3. 流量の時間的变化に対する河床波の応答

まず、次のような仮定をおく。i) 流量は、ある時間 t_0 ごとに階段状に変化する。ii) ある時点の平均波高 D_n 、この流量における平衡状態の波高 D_{en} とすると、 $D_n < D_{en}$ のとき、波高時間平面上において、 D_n は平坦河床から D_{en} への成長過程(指数漸近)の曲線に乗る。iii) $D_n > D_{en}$ のとき、 $D = D_{en}$ を対称の軸としてii)の曲線と対称な曲線に乗る。以上のことを考慮して、波高変化を定式化すると以下のようになる。

① $D_n < D_{en}$ のとき $D_{n+1} = D_{en} \{ 1 - \exp(-\frac{T_n + \Delta t}{T_{EXN}}) \} \quad \cdots (17)$

ここで、 $T_n = -T_{EXN} \ln(1 - \frac{D_n}{D_{en}}) \quad \cdots (18)$ T_n : 平坦から波高が D_n となるまでの発達時間スケール T_{EXN} : 平坦から波高が D_{en} となるまでの発達時間スケール。

② $D_n = D_{en}$ のとき $D_{n+1} = D_n \quad \cdots (19)$

③ $D_n > D_{en}$ のとき $D_{n+1} = D_{en} \{ 1 + \exp(-\frac{T_n + \Delta t}{T_{EXN}}) \} \quad \cdots (20)$

ここで、 $T_n = -T_{EXN} \ln(\frac{D_n}{D_{en}} - 1) \quad \cdots (21)$

図5(a)~(c)は、以上のモデルと実験値を比較したものである。実験は、前報と同じ水路を用い、粒径1mm、勾配 $1/500$ の移動床土に、図4のように流量($g_0 = 500, g_1 = 800 \text{ cm}^3/s$)を変化させて行った。なお、 T_0 を表1に示す。ここで、 Δt を1分とし、水深 H は流量変化をCézy則で、形状抵抗をYalinの方法で算定した。これらの結果より、水深、波高ともかなり精度良く予測できることがわかる。

4. あとがき 以上、平坦から平衡状態への移行過程および流量の時間的变化に対する河床波の応答を推定する理論の妥当性が示された。今後、分裂および流砂量の評価方法を改善する必要がある。 <<参考文献>> 1) 芦田、澤井、加藤 関西支部年次学術講演会概要集 1981, II-8 2) 中川、辻本 第25回水理講演会論文集 1981, PP1-7

Case 12

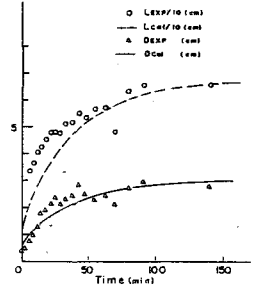


図3(c)

CASE 1

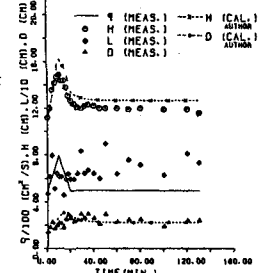


図5(a) 流量の理論値と実験値の比較

CASE 4

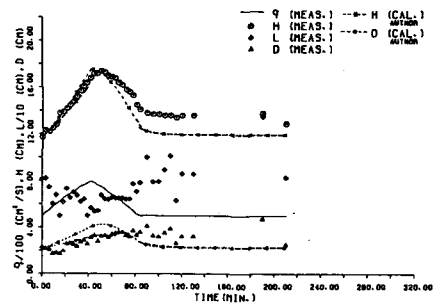


図5(b)

CASE 7

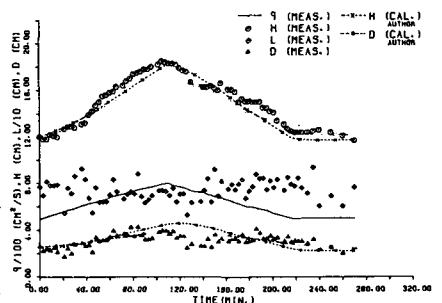


図5(c)