

半球粗度の抵抗則

立命館大学理工学部 正員 大同 淳之
立命館大学大学院 学正員 O松井 弘

1. はじめに 山地河川のようにれきに比して水深が比較的小さい、つまり相対水深の小さい流れは、相対水深の大きい流れと比べると粗度後流の乱れが流れを支配するということが特徴づけられる。したがって、相対水深の大きい領域での抵抗予測を相対水深の小さい領域にまで拡張した従来の研究は必ずしも妥当ではない。本研究は、相対水深の小さい流れの抵抗を解明するために抵抗の要因を分離して考察した。河床抵抗は、個々の抵抗の線形性が成立しているとして仮定して抵抗の予測式を導き、実験結果と比較して式の適合性を確かめた。

2. 抵抗則式の誘導 図1のように砂面のところどころにれきが突出する河床面を考える。流れに作用する力には、れきの抗力 F 、れきの面の摩擦抵抗 f_b 、砂面の摩擦抵抗 f_s および造波抵抗 f_w がある。これらの抵抗に線形性を仮定すると河床面の抵抗 f_b は、これらの和で表わせる。ここで f_b 、 f_w を f_s に含ませて考えると f_b は、次式のようになる。

$$f_b = f_s(1-\beta) + f_k \cdot \beta \quad (1)$$

ここに β は、単位面積中でれきの影響する面積を表わす。

一方、れきの抗力 F は、れき前面の流速 U_k とれきの抗力係数 C_D を用いて次式となる。

$$F = \rho \cdot g \cdot A \cdot C_D \cdot \alpha^2 (U_k^2 / g) \quad (2)$$

ここに A は、れきの流れ方向の投影面積、 α は、れき前面流速 U_k と平均流速 U_m の比。

図1のように種々の大きさのれきが単位面積中に n 個あって、これらのれきが独立に抗力を働かせるとすると単位面積当りの抵抗は、個々のれきの抗力 F の和で表わせる。

$$f_b/f_s = (1 - \sum A_i) + \alpha^2 (\sqrt{8/f_s})^2 \cdot \sum (C_{Di} \cdot A_i) / 2 \quad (3)$$

ここに f_s は、砂面の抵抗係数を表わす。

もし河床に同一半球粗度(半径 K)が間隔 L で分布しているとして単位面積当りに $n=1/L^2$ 個存在していることとなる。この場合の河床抵抗を(3)式を用いて、次のようになる。

$$f_b/f_s = (1 - \beta/L^2) + \alpha^2 (\sqrt{8/f_s})^2 \cdot C_D \cdot A / (2 \cdot L^2) \quad (4)$$

上式により流れの抵抗係数を予測できる。しかしながら上式中、 U_k と U_m の比 α 、れきの抗力係数 C_D 、れきの影響域 β 、砂面の抵抗係数 f_s が未知なので実験により明確にする。

3. C_D , α , β , f_s の実験結果

1) C_D の算定 開水路流れは、無限領域の流れと異なり自由水面の流速分布が存在するために流れの中の物体の C_D も当然異なることが予想される。そこで、開水路中で粗度間隔が変化する場合に半球粗度に作用する抗力をせん断力測定装置を用いて測定し、れき投影面積

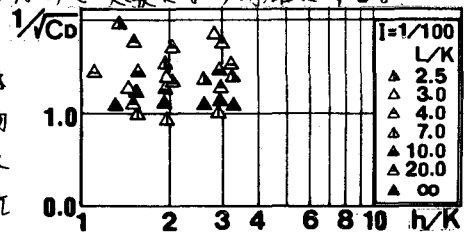


図2. C_D と水深, 粗度間隔の関係

Atsuyuki DAIDO, Hiromu MATSUI.

上の平均流速を用いて C_D を算出した。そこで今度は、平均流速に対応するものがあるから、 C_D を $1/\sqrt{C_D} = A \log(h/k) + B$ で整理すると図(2)となる。式中の A 、 B は、各相対粗度間隔 $1/K$ に対する実験値の傾きと $h/K=1$ での $1/\sqrt{C_D}$ の値とそれぞれを表わしている。以上によつて C_D を水深と粗度間隔を用いて表わすことができた。

(ii) α の算定

$$\alpha = \frac{U_k}{U_m} = \frac{\frac{1}{E \cdot K} \frac{1}{\pi K^2} \int_A (y - y^2/2h) dA}{\frac{1}{h} \left\{ \int_0^K (y - y^2/2h) dy + \int_K^h \frac{1}{K} \ln \frac{y}{K} dy + \frac{U_k}{U_m} \right\}} \quad (5)$$

粗度間の流れは、乱れが激しく対数則が成立しない。森藤²⁾によると粗度近傍では、 $\tau = \rho \varepsilon (du/dy)$ — (6) を用いたとき、 $E = \varepsilon/(U_k K)$ が一定値をとるとしている。(6)式は、 $y=\delta$ で粘性底層があり $\delta \approx 0$ とすると流速分布は、 $U/U_k = (y - y^2/2h)/(E \cdot K)$ — (7) となる。(7)式を用いて測定値を整理すると、図3のように同一勾配では E が一定値をとることが分つたので、これを用いて U_k を表した。一方 U_m は、粗度高さより上では、 $U/U_k = \frac{1}{K} \ln(y/K) + U_k/U_k$ — (8) を用いて算出した。

(iii) β の算定 粗度背後の流速が負の領域は、図(4)のように粗度高さの3倍に達する円錐形をしる。したがつて、 β は、この円錐の平面積と半球粗度の平面積の和である。

(iv) f_s の算定 今、直径 $\phi 17mm$ の均一砂をはりつめた実験より $\sqrt{8/f_s} = 3.68 + 5.75 \log(h/k)$ — (9) となった。

4. 抵抗則式の検討 半球粗度 ($K=1.5cm$) を規則正しく配列した場合の実験結果と計算値の比較を行う。上述の C_D 、 α 、 β 、 f_s を(4)式に代入し $1/K=4, 10$ につき計算をすると図(5)の実線と点線となる。 $1/K=4$ の実験値は、著者の実験結果で、 $1/K=10$ は阪本³⁾の実験値である。(4)式の各項に用いた数値に測定のみづきが含まれていることを考慮すると比較的よく一致しているといえよう。さらに異形の粗度に適用するため足立⁴⁾の棧粗度の実験値と(4)式の比較を図(6)に示した。水深が大きい所では、計算値の力が下にきくというが、これは C_D に $Rajlu$ ⁵⁾の風洞実験で風洞の平均流速で整理された C_D を用いたため U_k で整理をすれば C_D がより大きくなると予想されることより、実際の(4)式の計算値は、図(4)の実線より上になると思われる。

5. おすべ 河床抵抗の個々の抵抗要因に線形性を仮定して抵抗係数の予測式を導いた。(4)式によると相対水深 h/K が小さくなると、抵抗係数が増加することが明らかとなり、実験値ともほぼ一致した。また、式と実験値の比較により、ここで取扱った領域については抵抗の線形性が成立していると結論できた。

参考文献 ①大岡：粗面開水路における抵抗則，25回水講 ②森藤：粗面薄層流れの抵抗則，35回年講，P.368 ③阪本：開水路における大型粗度上の流れに関する研究，大阪府立高専紀要，昭和50 ④足立：固定床河川横型水路の人工粗度に関する研究，学位論文，昭和36 ⑤ $Rajlu$ ：Resistance to Flow over two Dimensional Strip Roughness, Proc. A.S.C.E. 1970年

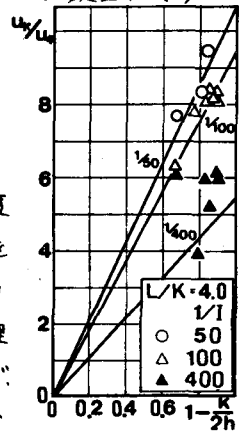


図3 Eの見積り

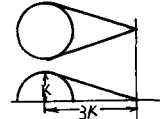


図4 粗度後流の図

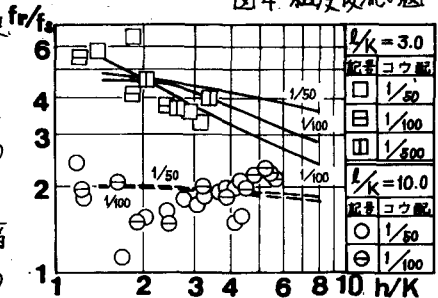


図5 半球粗度の抵抗と計算値の比較

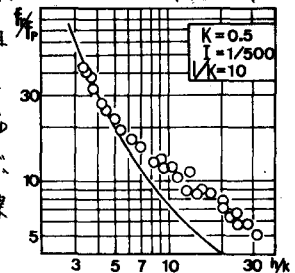


図6 棧粗度の抵抗との比較