Gross Error の信頼性解析への導入に関する基礎的考察

京都大学工学部　正員　白石　成人　　京都大学工学部　正員　古田　均
京都大学大学院　学生員○杉本　雅一

1. はじめに……構造物の安全性を評価するには、種々の不確定要因の影響を把握することが必要である。特に土木構造物の場合、荷重や強度の統計的ばらつきだけでなく、たとえば設計時の人為的ミス、施工不良、構造物の未解明な挙動などのいわゆる統計的にばらつく性質をもたない要因の評価が重要である。本研究では、これらの統計量として扱うことが困難な不確定要因をGross Errorと呼び、その特性を明らかにすることにより信頼性解析へのGross Errorの導入の可能性を探る。

2. Gross Errorの特性……Gross Error（以下, G.E.と記す）の効果を信頼性解析に導入するには、まず、その特質を十分に把握することが必要である。以下にその特質を列挙する。

(i) G.E.は対象とする構造物によって、その性質や種類が多岐にわたっている。
(ii) 個々のErrorが生起する確率は小さいと考えられる。
(iii) G.E.はその種類によって、構造物の安全性に及ぼす影響の大小はまちまちであるが、一度生じれば構造物の破壊を決定的なものにすることが多い。
(iv) 個々のErrorは互いに複雑な関連性を持ちながら全体として構造物の安全性に影響を及ぼしている。

3. Gross Errorの信頼性解析への導入……現在までに、破壊確率 P_f にG.E.の影響を組み入れようとする試みがいくつかなされている。たとえば、Ang[1]は不確定要因を客観的不明量と主観的不明量に分ける拡張信頼性理論を提案した。それによれば破壊確率は荷重作用 S と抵抗力 R の大小関係により

$$P_f = P_r[N_R\hat{R} < N_S\hat{S}] \quad \text{——①}$$

と表わせる。ここで、主観的不明量はG.E.という言葉で置き換えることができ、客観的不確定性は $\hat{R}$, $\hat{S}$ で，主観的不確定性は補正係数 N_R, N_S で表現されていることになる。この方法によると、前述のG.E.の特性(i)～(iv)をある程度 P_f に反映させることが出来るが、本来、確率統計的な性質を持たないG.E.を確率変数で代表させたり、そのような不明量に合理的な確率分布を与えることは困難である。一方、Nowak[2]はG.E.を考慮する際、「2つ以上のerrorが同時に生起することはない。」（以下、binary casesと呼ぶ）とし、考えうる構造物の状態を(A)「G.E.が起こる。」か(B)「G.E.が起こらない。」の2つだけであると仮定し、次式を提案した。

$$P_f = p\cdot P_a + (1-p)\cdot P_1 \quad \text{——②} \qquad \text{ただし、} P_a = \int_{-\infty}^{0} f_a(z)dz,\ P_1 = \int_{-\infty}^{0} f_1(z)dz$$

ここでsafety margineは $z = R - S$ であり、$f_a(z)$, $f_1(z)$ はそれぞれ(A), (B)の状態に対応する z の確率密度関数である。また、p は(A)の状態が生起する確率を表わす。式②は非常に簡単な形をしており、物理的な意味も明解であるが、G.E.の特質の(i)と(iv)を P_f の計算に反映させることが出来ない。そこで本研究では、errorを1つに限定せずに、n 種類の互いに独立なerrorを考え、その同時発生も許す。いま、i 番目のerrorの生起確率を p_i，第 i 番目

Naruhito SHIRAISHI, Hitoshi FURUTA, Masakazu SUGIMOTO

のerrorが起こった場合のzの確率密度関数を$f_i(z)$とすると、破壊確率は近似的に

$$P_f = \left(1-\sum_{i=1}^{n} p_i\right)\int_{-\infty}^{0} f_a(z)\,dz + \sum_{i=1}^{n}\left(p_i\int_{-\infty}^{0} f_i(z)\,dz\right) \quad \text{③}$$

によって計算される。さらに式③において$n\to\infty$の場合を考えることにより、P_fを

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty}\mu(z)\cdot f_a(z)\,dz \quad \text{④}$$

の形で評価することも可能である。ただし，$\mu(z)$はG.E.の効果を考慮するための関数であり、$0\leqq\mu(z)\leqq 1$で定義される。

4. 数値計算例……前節の式②で、中央安全率ν_0を変えてpとP_fの関係を調べる。無次元化した形で荷重作用$S=N(1,\ 0.2)$，抵抗強度$R=N(\mu_R,\ 0.1\mu_R)$と仮定し，G.E.が起きた場合μ_Rが$a\times\mu_R$になるとする。ν_0を変化させた場合のpとP_fの関係を図1に示す。ここで，aの値としては0.729（実線），0.5（破線）と仮定している。図より，pが大きくなるにつれてP_fは増加することがわかるが、これは構造物の破壊が統計的な不確定性とG.E.の両者の存在により生じることが多いことを考えると当然である。表1はν_0，pの各値に対するP_fを示している。pを10^{-3}から10^{-2}に上げた場合，P_fの値は$\nu_0=1.6, 1.8, 2.0$の各場合に対して1.20, 1.54, 2.22倍（増加量では0.20×10^{-2}, 0.85×10^{-2}, 1.90×10^{-2}）となっており，ν_0の値が大きいほどP_fはpの変化に敏感であるといえる。図2はSの変動係数を変化させた場合のpとP_fの関係を示している。ただし、$a=0.729$, $\mu_R=1.9$である。また、R, Sの分布を対数正規分布と仮定した場合を破線で示した。この図から、荷重作用の変動係数および分布形が、pの値にかかわらずP_fの値を大きく左右することがわかる。

5. あとがき……G.E.の影響を構造物の安全性評価に導入するには、Angの方法は本来統計的にばらつく性質をもたないものを確率変数として扱っており、論理的な矛盾をもっている。また、合理的な補正係数の決定も困難である。一方，Nowakの方法はbinary casesの仮定がG.E.の多様性から考えて不自然である。以上のことを考えると、破壊確率にG.E.の特性を反映させるには、従来とは異なる定義式（たとえば式④）を用いる方法が有用であろう。

表1. P_fの変化

		ν_0		
		1.6	1.8	2.0
p	1.0X10^{-2}	1.18X10^{-2}	2.42X10^{-2}	5.22X10^{-2}
	1.0X10^{-3}	0.98X10^{-2}	1.57X10^{-2}	2.32X10^{-2}

参考文献

1) Ang,A.H.-S.:Annals of Reliability and Maintainability, Vol.9, 1970
2) Nowak,A.S.:ACI-Journal, Sept.1978

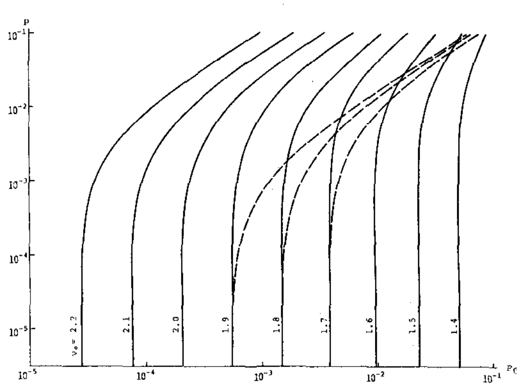

図1. pとP_fの関係（ν_0が変化する場合）

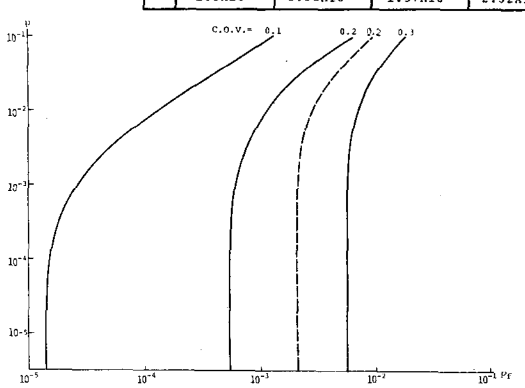

図2. pとP_fの関係（Sの変動係数が変化する場合）