動的最適性規準を用いた最適形状の模索

京都大学工学部　正員　山田善一
京都大学工学部　正員　古川浩平
真柄建設　正員　○向井健夫

1. まえがき

土木構造物の設計において、その設計条件が与えられたとき、それらを満足する最適な機構や形状を、任意性や偶然性を排除して求めようとすることは、極めて困難な問題である。現在行なわれている最適設計は、そのほとんどが構造パターンの主要部分が規定された上で、部材の断面寸法などを求めるもので、与えられた条件に対し、それを満足する最適な形状を求めるという、最も設計の基本的課題に対しては設計者の豊富な経験やセンスによるところが大きく、きわめて不充分であった。本研究では、上路橋を例にとって、地震力を考慮した最適形状を、変位を制約とし、最小重量を目的とした最適性規準を用いて、有限要素法を利用した肉厚変化法により決定する方法を研究した。

2. 動的最適性規準を用いた肉厚変化法

肉厚変化法は連続体の最適形状を求める手法の一つで、連続体の外形状を一定として、基本原形を細分割し、個々の要素厚を設計変数とする方法である。

本研究では、最適形状の判定規準として、山田らの考案した動的最適性規準を用いた。

ラグランジュ関数

$$L = \sum A_i t_i \rho_i + 1/\nu \times (\lambda - \lambda_a)$$

より、$\lambda = \mathbf{x}^t \mathbf{K} \mathbf{x} / \mathbf{x}^t \mathbf{M} \mathbf{x}$ であるから、$\partial L/\partial t_i$ より最小値が求まる。上式を0とおき、$-\nu$ を求め、それを ν_i とおけば、

$$\nu_i = \frac{\mathbf{x}^t \mathbf{K}_i \mathbf{x} - \lambda \mathbf{x}^t \mathbf{M}_i \mathbf{x}}{t_i A_i \rho_i \mathbf{x}^t \mathbf{M} \mathbf{x}}$$

この ν_i を全て等しくすることが動的問題における最適性規準となる。ここで各要素の要素厚変化量を δt_i として ν_i に比例した形で表わすと、

$$\delta t_i = \beta \nu_i$$

これによる固有値の総変化量 $\delta\lambda$ は

$$\delta\lambda = \sum \delta\lambda_i = \beta \sum A_i \rho_i \nu_i^2 = \delta\lambda_0$$

ここで $\delta\lambda_0$ は各設計サイクルにおいて変化すべき固有値の総変化量で

$$\delta\lambda_0 = \lambda_a - \lambda = \lambda(x_i / x_a - 1)$$ である。

これより β は、$\beta = \delta\lambda_0 / \sum A_i \rho_i \nu_i^2$ となり、結局求める要素厚変化量 δt_i は

$$\delta t_i = (\delta\lambda_0 / \sum A_i \rho_i \nu_i^2) \times \nu_i$$

各設計サイクルにおける設計変数の値は、きざみ幅 Δ を介して次のように求められる。

A_i：要素面積
t_i：要素厚
ρ_i：要素密度
λ：固有値
λ_a：許容固有値
ν：ラグランジュ乗数
x_i：注目点の動的変位
x_a：注目点の許容変位
$\mathbf{x}$：動的変位ベクトル
$\mathbf{M}$：質量マトリックス
$\mathbf{K}$：剛性マトリックス

Yoshikazu YAMADA , Kouhei FURUKAWA , Takeo MUKAI

$$t_i^{n+1} = t_i^n + \Delta \cdot \delta t_i^n$$

3. 計算例と考察

計算モデルは、fig-1のような四方をピン支持した上路橋を想定した基本原形を用いた。付加質量としてモデル上部中央に1000tの集中質量を与えた。基本原形は、鉛直方向40m、水平方向100m、初期厚さ0.001mとし、全体を三角形160要素に細分割した。動的外力としては本四連絡橋に用いられた応答スペクトルを用い、入力の最大値を200ガルとして、鉛直に作用させた。

本研究では単に要素厚を求めるだけでなく、比較的薄くなった要素はモデルから抜き取ってしまい、基本原形を序々に変化させた。つまり、1回の収束計算の後、比較的薄くなった、20個前後の要素を抜き取り、これを新しく初期形状として、収束計算を行った。fig-2は3回の収束計算後の62要素を抜き取ったモデルである。これからさらに2回の収束計算を行ったのがfig-3である。要素の色の濃い方が要素厚が大きいことを表わしている。fig-4、fig-5は一連の収束計算における、総重量と、動的変位の変化を示している。これからわかるように、4回目の初期値での変位はかなり大きくなっており、剛性の低下が著しい。総重量の収束図も、同様に大きくなっている。これは3回目の収束の後の要素の抜き取りに無理があったものと考えられる。本来の最小重量を目指すならば、このときの形状をもとにして、モデルを再構築し、要素分割を再度やり直すことにより、剛性を低下させず、より重量の小さい形状を創生することが、可能になるものと考えられる。本研究では要素の抜き取りのみしか行っていないため、このあたりに今後の課題があろう。

fig-6は付加質量を各節点に500tの分布質量におきかえた例であるが、同様の構造になることが想像できよう。

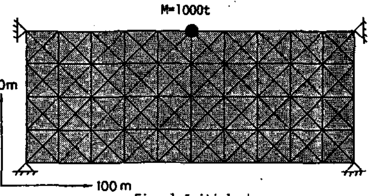

Fig.-1 Initial shape

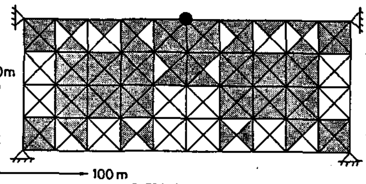

Fig.-2 Eliminated 62 elements

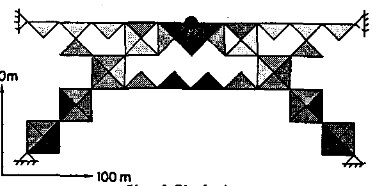

Fig.-3 Final shape

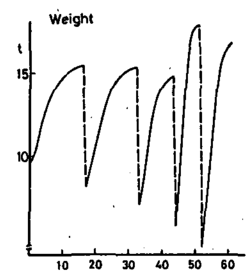

Fig.-4 Weight

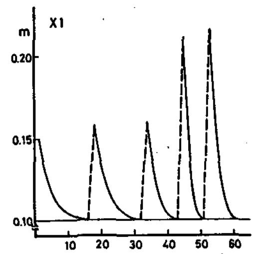

Fig.-5 Displacement

4. 結論

動的最適性規準を最適形状の創生問題に適用したが、本法は多変数の形状決定問題にも非常に有効であることがわかった。本研究で得られた最適形状は、アーチ型、もしくは、π型になることが推定される。

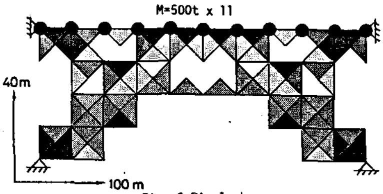

Fig.-6 Final shape

参考文献：山田善一、古川浩平、横田健一，動的外力下における変位を制約とする最適性規準法に関する研究 土木学会論文報告集投稿中