

面内曲げをうける長方形板の面外有限変形の定式化

大阪大学工学部 正会員 前田幸雄
 大阪大学工学部 正会員 大倉一郎
 大阪大学工学部 学生員 ○松永清治

1. まえがき 著者らは、繰り返し曲げをうける薄肉プレートガーダーのウェブの面外変形に起因する疲労き裂つに関連する研究に関して、既報で、初期たわみと残留応力とを有する圧縮板について、非載荷辺の拘束度を考慮して、その面外有限変形を定式化した。本報告は、これと同じ手法に基づいて、純面内曲げをうける長方形板の面外有限変形を定式化したので、以下に報告する。

2. 基礎式 図-1に示すように、面外方向に4辺単純支持された長方形板が面内曲げをうけている。初期たわみ w_0 と付加面外たわみ w をそれぞれ次式で仮定する。

$$w_0 = \{e_{01} \sin(\pi y/b) + e_{02} \sin(2\pi y/b)\} \sin(\pi x/a) \quad (1)$$

$$w = \{e_1 \sin(\pi y/b) + e_2 \sin(2\pi y/b)\} \sin(\pi x/a) \quad (2)$$

ここに、 e_{01}, e_{02} : 初期たわみを表す既知定数、 e_1, e_2 : 付加面外たわみを表す未知定数。このような初期たわみと付加面外たわみに対して、荷重と付加面外たわみの関係が次のように与えられている。

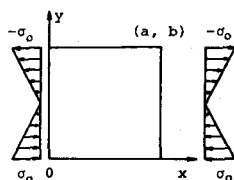


図-1 解析モデル

(a) e_{01} だけが存在する場合

$$\left. \begin{aligned} \frac{32}{9\pi^2} \frac{e_{01} + e_1}{t_w} \frac{\sigma_0}{\sigma_e} &= \theta_4 \frac{e_2}{t_w} + (1-\nu^2) \left[\frac{3}{4} \theta_6 \left(\frac{e_2}{t_w} \right)^3 \right. \\ &\quad \left. + 3 \left\{ (\theta_7 + \theta_8) \left(\frac{e_{01} + e_1}{t_w} \right)^2 - \theta_7 \left(\frac{e_{01}}{t_w} \right)^2 \right\} \frac{e_2}{t_w} \right] \\ e_2/t_w &= \sqrt{-Q_1 + \sqrt{Q_1^2 + Q_2}} \\ Q_1 &= \frac{2}{3} \frac{1}{1-\nu^2} \frac{\theta_4}{\theta_6} - 2 \frac{\theta_7}{\theta_6} \left(\frac{e_{01}}{t_w} \right)^2 \\ Q_2 &= \frac{\theta_5 (e_{01} + e_1)^4}{\theta_6} + \left\{ \frac{4}{3} \frac{1}{1-\nu^2} \frac{\theta_3}{\theta_6} - \frac{\theta_5}{\theta_6} \left(\frac{e_{01}}{t_w} \right)^2 \right\} \\ &\quad \cdot \left(\frac{e_{01} + e_1}{t_w} \right)^2 - \frac{4}{3} \frac{1}{1-\nu^2} \frac{\theta_3}{\theta_6} \frac{e_{01}}{t_w} \frac{e_{01} + e_1}{t_w} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

(b) e_{02} だけが存在する場合

$$\left. \begin{aligned} \frac{32}{9\pi^2} \frac{e_{02} + e_2}{t_w} \frac{\sigma_0}{\sigma_e} &= \theta_3 \frac{e_1}{t_w} + (1-\nu^2) \left[\frac{3}{4} \theta_5 \left(\frac{e_1}{t_w} \right)^3 \right. \\ &\quad \left. + 3 \left\{ (\theta_7 + \theta_8) \left(\frac{e_{02} + e_2}{t_w} \right)^2 - \theta_7 \left(\frac{e_{02}}{t_w} \right)^2 \right\} \frac{e_1}{t_w} \right] \\ e_1/t_w &= \sqrt{-Q_3 + \sqrt{Q_3^2 + Q_4}} \\ Q_3 &= \frac{2}{3} \frac{1}{1-\nu^2} \frac{\theta_3}{\theta_5} - 2 \frac{\theta_7}{\theta_5} \left(\frac{e_{02}}{t_w} \right)^2 \\ Q_4 &= \frac{\theta_6 (e_{02} + e_2)^4}{\theta_5} + \left\{ \frac{4}{3} \frac{1}{1-\nu^2} \frac{\theta_4}{\theta_5} - \frac{\theta_6}{\theta_5} \left(\frac{e_{02}}{t_w} \right)^2 \right\} \\ &\quad \cdot \left(\frac{e_{02} + e_2}{t_w} \right)^2 - \frac{4}{3} \frac{1}{1-\nu^2} \frac{\theta_4}{\theta_5} \frac{e_{02}}{t_w} \frac{e_{02} + e_2}{t_w} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに、 $\sigma_e = E\pi^2 / \{12(1-\nu^2)(b/t_w)^2\}$ 、 E : ヤング率、 ν : ポアソン比、 t_w : 板厚、 $\theta_3 \sim \theta_8$: 形状比 a/b と非載荷辺の面内方向の境界条件に依存する係数。

また、最大付加面外たわみ e は次式で与えられる。

$$e = e_1 \sin \frac{\pi y_0}{b} + e_2 \sin \frac{2\pi y_0}{b} \quad (5) \quad \text{ここに、} \frac{\pi y_0}{b} = \cos^{-1} \left\{ -\frac{e_1}{8e_2} + \sqrt{\left(\frac{e_1}{8e_2} \right)^2 + \frac{1}{2}} \right\}$$

3. 非載荷辺が回転拘束されている場合への拡張 式(3),(4)の θ_3, θ_4 は座屈係数に係る係数であり、純圧縮と純面内曲げに対する座屈係数をそれぞれ $k_{ccr}, k_{\phi cr}$ とすると、 $k_{ccr} = \theta_3, k_{\phi cr} = (9\pi^2/32)\sqrt{\theta_3\theta_4}$ となり、両式から θ_3, θ_4 について解くと

$$\theta_3 = k_{ccr}, \quad \theta_4 = (1024/81\pi^4)(k_{\phi cr}^2/k_{ccr}) \quad (6)$$

が得られる。非載荷辺の回転拘束を考慮した圧縮板の面外有限変形の定式化の際には、 θ_3 を非載荷辺の回転拘束を考慮した圧縮板の座屈係数で置き換えることにより、非載荷辺の回転拘束を考慮することができた。したがって、面内曲げをうける場合についても、係数 θ_3, θ_4 に対して、非載荷辺の回転拘束を考慮した座屈係数 $k_{ccr}, k_{\phi cr}$ から、式(6)によって計算される値を用いることにより、非載荷辺の回転拘束を考慮することができると考えられる。

4. 2次曲げ応力と付加面外たわみの関係 圧縮板の2次曲げ応力と付加面外たわみの関係式を参考にして、面内曲げをうける場合に対して次式を仮定した。

$$\alpha_b/\alpha_e = S_b e/t_w + A\{(e/t_w)^2 + 2(e_0/t_w)(e/t_w)\} \quad (7)$$

表-1 各係数の値

ここに、 S_b ：面内曲げをうける長方形板の座屈波形に基づく係数、 A ：有限要素法解析の結果から決定される係数。両非載荷辺が固定支持されている場合の $k_{ccr}, k_{\phi cr}, S_b$ の値を表-1に示す。

a/b	1/3	0.5	1.0
k_{ccr}	11.9	7.6	8.6
$k_{\phi cr}$	43.7	39.4	65.9
S_b	86.2	58.5	39.8

5. 有限要素法解析の結果との比較 荷重と付加面外たわみの関係、2次曲げ応力と付加面外たわみの関係、荷重と2次曲げ応力の関係を両非載荷辺固定支持の場合に対して、それぞれ図-2, 3, 4に示す。図中のケース(I), (II), (III)は、それぞれ次の載荷条件を示す。ケース(I)載荷辺で面内曲げ応力分布が直線となるように、面内曲げ荷重を与える。ケース(II)載荷辺に直線性を保持させ、載荷辺の midpoint を回転中心として、回転変位を与える。ケース(III)載荷辺に直線性を保持させ、かつ純面内曲げ作用状態を作るために、回転変位にさらに水平変位を加える。式(3),(4)はケース(III)に対して定式化されたものである。式(7)の係数 A は、図-3のケース(III)の有限要素法解の2点を結ぶ直線の傾きから $A=11$ とした。

6. 結論 面内曲げをうける長方形板の面外有限変形が、非載荷辺の回転拘束を考慮して定式化されたが、さらに厳密解に近づけるためには、ケース(III)に対する有限要素法解とともに増加して、各係数を修正する必要がある。

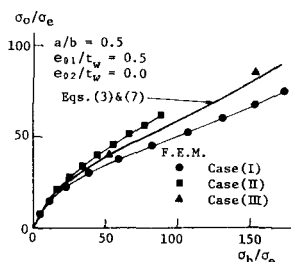
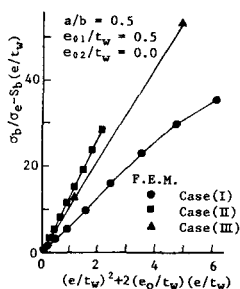
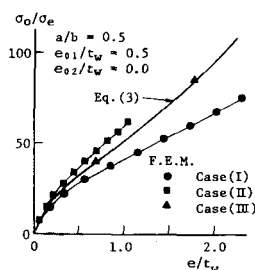


図-2 荷重と付加面外たわみの関係 図-3 2次曲げ応力と付加面外たわみの関係 図-4 荷重と2次曲げ応力の関係

参考文献

- 1) Maeda, Y., I. Okura and K. Kobashi, Technol. Repts. Osaka Univ., Vol.31 No.1624, 1981.
- 2) 小橋・前田・大倉, 年講概要集 I-150, 1981. 3) 前田・大倉, 論文報告集, 第320号, 1982.