

弾性波動伝播系のフィルタ特性について

京都大学 工学部 正会員 丹羽義次
 熊本大学 工学部 正会員 大津政康
 京都大学 工学部 学生員 〇 伊田善晴

1. はじめに

弾性波動の伝播現象に関する研究の至る関心は、入力としての入射波動や、系の出力としての応答に関するものがほとんどであり、その間に介在する伝播系の特性の解明に関するものはあまり見られない。本報告は、そのような波動伝播系の特性を線形システム論に基づいて周波数領域で考察することにより、フィルタ特性として実験的に抽出したものである。なお、周波数領域での系の伝達関数を「フィルタ特性」という言葉で表わしている。

2. 波動の伝達経路

波動の伝達経路を線形システムとして模式的に表わせば、Fig. 1 ようになる。線形システム論によれば、次のような関係が得られる。

$$g(t) = f(t) * w_{t1}(t) * A(t) * w_{t2}(t) * w_u(t) \quad (1)$$

ここで、 $*$ は合成積を意味している。また、フーリエ変換により周波数領域で考えれば、式(1)は

$$G(f) = F(f) W_{t1}(f) S(f) W_{t2}(f) W_u(f) \quad (2)$$

となる。ここで、 G, W, S, F などの大文字はそれぞれの小文字のフーリエ変換である。フィルタ特性を抽出しようとする要因の特性を $N(f)$ 、その要因を含まない伝播系の特性を $S_0(f)$ とすると、 $S(f)$ は、 $S(f) = S_0(f) N(f)$ となる。したがって、要因を含まない伝播系の出力を $G_0(f)$ とすれば、(2) 式より $G(f) = F(f) W_{t1}(f) S_0(f) W_{t2}(f) W_u(f)$ という関係が得られ、 $G(f)/G_0(f) = S(f)/S_0(f) = N(f)$ を考えると、対象としている要因のフィルタ特性が抽出されることになる。

3. 実験結果および考察

ファンクションジェネレータにより発生させたステップパルスを図1に示すような経路を経たものを記録した。本実験では、空洞を有する系のフィルタ特性を考察するため、供試体側面による反射波や表面波の影響がないと思われる縦波の初動部分だけを対象とした。実験に使用した供試体があまり小さくなく、波動の初動部分のデータ個数が非常に少なくなることを考えられるため、MEMを用いてスペクトル解析を行った。

一辺105mmのモルタル立方体に中10mmの空洞をあけた供試体(Fig. 2(a))によるスペクトルを図2(b)に示す。横軸は、供試体の縦波波数と空洞半径の積によって無次元化してある。弾性

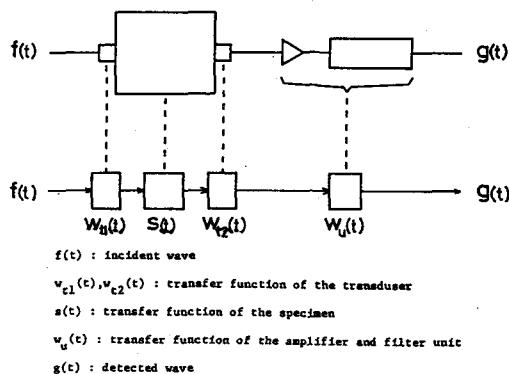
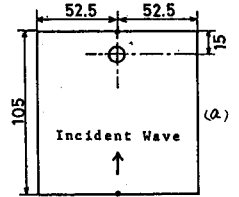


Fig. 1 波動の伝達経路

論によれば、変位ポテンシャルを ψ , ψ とすると2次元弾性問題での変位は, $u_r = \frac{\partial \psi}{\partial r} + (1/r) \frac{\partial \psi}{\partial \theta}$ となる。また, 単一空洞による縦波入射波の攪乱により, 変位ポテンシャル ψ , ψ は次のように表わせる。

$$\begin{cases} \psi = \sum_{n=0}^{\infty} \{ \psi_n E_n i^n J_n(\alpha r) + A_n H_n^{(1)}(\alpha r) \} \cos n\theta e^{-i\omega t} \\ \psi = \sum_{n=0}^{\infty} B_n H_n^{(1)}(\beta r) \sin n\theta e^{-i\omega t} \end{cases} \quad (3)$$



ここで, A_n, B_n は境界条件により求まる定数, J_n はベッセル関数, $H_n^{(1)}$ はハンケル関数, α, β はそれぞれ縦波横波の波数, $E_n = 1 (n=0), 2 (n \geq 1)$ である。数値解析によって求まった変位の結果を Fig. 2(c) に示す。(b), (c) を比較すると, (b) において横軸 1.4 付近にピークがあることを除けば, (b), (c) とともに 1.2 付近に谷, 2.4 付近にピークがあるなど比較的良好一致していることがわかる。これは, 複雑な解析によらずとも実験的にこのようなモデルの共振特性を得ることが可能であることを示している。また, 同様のモルタル立方体の中心に中 10 mm, 中 25 mm の空洞をあけた供試体によるスペクトルを Fig. 3 に示す。中 10 mm, 25 mm とともに 120 kHz および 200 kHz 付近にピークを示し, 空洞による共振現象が現われていることがわかる。さらに, 中 25 mm の空洞によるスペクトルの方がピークがより明確となっていることから, 空洞では直径が大きくなるにつれて, 共振現象も強く現われると考えられる。

次に, 供試体を2次元モデルに近づけるため, メタアクリル酸樹脂の板に, Fig. 2(a) と同様に中 10 mm の空洞をあけた供試体によるスペクトルを Fig. 4 に示す。Fig. 2(b), (c) と比較するとその特性に大きな相異があることがわかる。このことから, 板の場合は2次元モデルに近似されるよりは板の厚み方向に反射波が生じ, その影響が特性に強く現われたと考えられる。この板による特性は, 先に述べた $G(f)/G_0(f) = N(f)$ では除去されておらず, 線形ではきていないことがわかる。これは, 板波としての考慮が別に必要なことを示しているであろう。

参考文献

1. 日野幹雄, "スペクトル解析", 朝倉書店, 1977

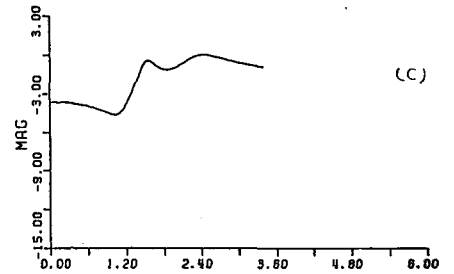
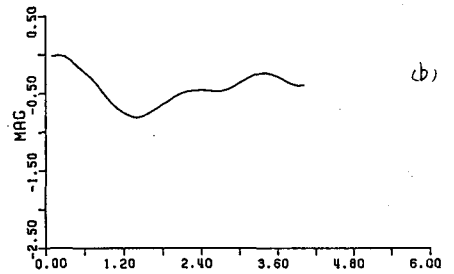


Fig. 2 供試体および単一空洞のフィルタ特性

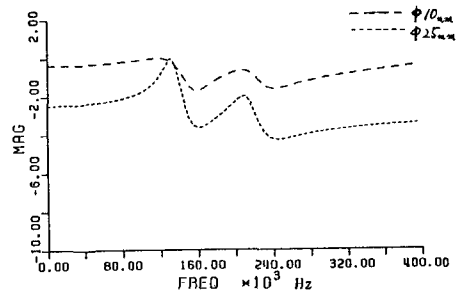


Fig. 3 単一空洞のフィルタ特性 (中 10 mm, 中 25 mm)

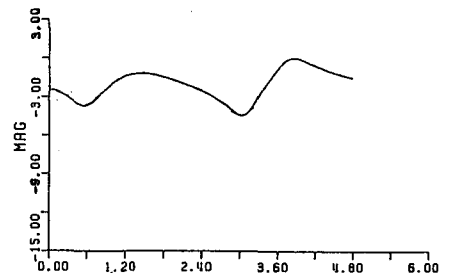


Fig. 4 単一空洞のフィルタ特性 (板材)