最適性規準を用いた耐震設計法に関する研究

京都大学工学部　正員　山田善一
京都大学工学部　正員　古川浩平
日本道路公団　正員○吉村洋司
正員　平野　功

1. まえがき

最適設計における新しい方向として最適性規準を用いる方法がある。[1] 従来行なわれてきた数理計画手法は、試行錯誤により最適解を求めていたので、多変数問題になると反復計算回数が著しく増大した。　これに対して最適性規準を用いた方法は、前もって満足すべき最適性を規定した上で、その最適性を満たす点に向って設計を進めていく方法であるため、最適解への収束が敏速で、多変数問題でも反復計算回数が少ないという利点がある。本研究は、この最適性規準を用いた最適耐震設計法を開発したものである。

2. 最適耐震設計法

2-1　最適化問題

本研究が対象とした問題は、変位制約，応力制約，最小断面積制約をもつビーム構造物の地震荷重に対する最小重量設計である。　設計変数はビーム要素断面積とし、地震荷重は本四連絡橋の応答スペクトルを用いた。　以下にこの問題を定式化する。

目的関数（構造物重量）

$$W = \sum_{i=1}^{m} \rho_i l_i A_i \longrightarrow \mathrm{minimize}$$

制約条件

$x \leqq x_a$　　x_a：許容変位

$\sigma_i \leqq \sigma_a$　　σ_a：許容応力

$A_i \geqq A_{min}$　　A_{min}：許容最小断面積

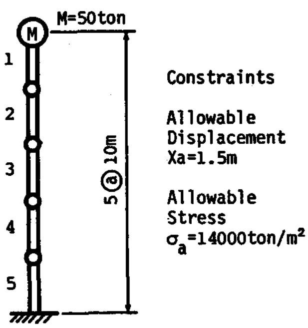

Fig.1　High Pier Model

2-2　最適化手法

本研究では震動する構造物の剛性を、次に示す動的剛性 S_{tiff} で評価し、これを要素重量で微分したものを対重量剛性変化率と名付け ν_i で表わす。

$$S_{tiff} = \frac{\{x\}^T[K]\{x\}}{\{x\}^T[M]\{x\}} \qquad \nu_i = \frac{\partial S_{tiff}}{\partial W_i}$$

Table 1　Data of Optimum Structure

Weight	8.04 (ton)		iterative number 16
η	0.0291		
X	1.4998 (m)		
Stiff	0.0913		
$\bar{\nu}$	0.0245		
element	A_i (m²)	ν_i	σ_i (ton/m²)
1*	0.0110	0.00624	13995.
2	0.0144	0.0245	13841.
3	0.0201	0.0249	11728.
4	0.0253	0.0253	10795.
5	0.0316	0.0234	9756.

さて本研究では変位と動的剛性との間に次の関係を仮定し、これにより変位と断面積とを関係づけた。

$$x \cdot S_{tiff} = \mathrm{const.}$$

また応力と断面積との関係は次のように仮定した。

$$\sigma_i \cdot A_i = \mathrm{const.}$$

以上の関係を用いると、2-1 で示した制約条件は、

Yoshikazu YAMADA, Kouhei FURUKAWA, Youzi YOSHIMURA, Isao HIRANO

反復計算途中における断面積変化量の制約として次のように書き換えることができる。

$$\Delta A_i \geqq \frac{\left(\frac{x}{x_a}-1\right) S_{tiff}}{\sum_{i=1}^{m} \rho_i l_i \nu_i} + \alpha(\nu_i - \bar{\nu}) \qquad (変位制約)$$

$$\Delta A_i \geqq \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_a}-1\right) A_i \qquad (応力制約)$$

$$\Delta A_i \geqq A_{min} - A_i \qquad (最小断面積制約)$$

変位制約式の第1項は、全要素同一断面積変化によって変位制約を満足させるものである。　また第2項は、変位を乱さないで軽量化をすすめる断面積変化を与えるものである。式中のαは軽量化係数と称し、軽量化の程度をきめるものである。　$\bar{\nu}$は中立剛性変化率と称し、変位を乱さないように定めている。

上記3制約を満足する最小の断面積変化量を用いることにより、反復最適化は行なわれていく。　ここで断面積変化量が変位制約によって決まる要素を変位制約支配要素、応力制約によって決まる要素を応力制約支配要素、最小断面積制約によって決まる要素を最小断面積制約支配要素と名付ける。

2-3　最適性規準　　2-2で述べた最適化を行なっていくと、やがて最適構造物に到達する。　このときには、それ以上の最適化ができない状態、すなわち断面積変化量がゼロになる。　このことから次のような最適性規準が求まる。

$x = x_a$　　(変位制約支配要素が存在するとき)

$\nu_i = \bar{\nu}$　　(変位制約支配要素について)

$\sigma_i = \sigma_a$　　(応力制約支配要素について)

$A_i = A_{min}$　　(最小断面積制約支配要素について)

本研究では剛性変化率のばらつきの程度を評価する指標として、次のように分散指数ηを定義する。　そして分散指数が0.1以下になったとき、変位制約支配要素の剛性変化率は一致したとみなしている。

$$\eta = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}(\nu_i - \bar{\nu})^2 / m} \Big/ \bar{\nu}$$

3、計算例および考察

本研究の計算例としてFig.1に示す高橋脚モデルの最適化を行なった。　頂部許容変位を1.5m，許容応力を14000t/m²とした。　この計算結果として最適構造物の諸量をTable 1に示す。　変位Xは許容変位となり、分散指数も0.1以下である。　また各要素の応力も許容応力を下まわっており、要素1は応力制約支配要素となっていて、応力が許容応力に等しくなっている。　この計算の反復計算回数は16回であり、従来の手法に比べてかなり少ないと思われる。　本研究では、この他に単純梁モデル，5層フレームモデルの最適化も行なったが、いずれも敏速な収束を示した。

本研究が開発した最適耐震設計法は、このように収束が非常に速いので、今後種々の構造物の最適耐震設計に利用されるものと考えられる。

参考文献　1)　山田善一，古川浩平，横田健一：動的荷重下における変位を制約とする最適性規準法に関する研究、土木学会論文報告集投稿中