斜張橋ケーブルのリラキゼーションに関する基礎的考察

京都大学工学部　正員　丹羽義次
京都大学工学部　正員　渡辺英一
川崎重工業　正員　○飯尾孝悦

1.はじめに　斜張橋のケーブルは，けたの荷重の一部を分担するので，比較的大きなスパンの他の橋梁形式に比べて，経済性に富んだけたの設計を可能にしている。しかしながら，このケーブルは橋の耐用期間に，かなりのクリープあるいはリラキゼーションを起こしている。本来，クリープ及びリラキゼーションとは，それぞれ，荷重及び変位拘束が一定の場合のひずみ及び応力の経時的な変化をいうが，ここでは単に，ケーブルの長さ及び張力の経時的な変化の様子を指すものとする。ところで，斜張橋ケーブルにおける重要な架設作業の一つにプレストレスの導入がある。これは主に，けたの曲げモーメントの分布を均一化するのが目的であるが，クリープ及びリラキゼーションの進行にも，大いに関与しているものと思われる。そこで，橋の実際の架設工法を逐一調べて，それによって導入されるプレストレス量が，クリープ及びリラキゼーションにおいて，どのような効果をもたらすかを調べる。

2.斜張橋モデルの定式化とその解析　斜張橋のけたと塔を弾性体，ケーブルを線形粘弾性体と仮定する。線形粘弾性体のモデルとしては，Fig.1のような3要素モデルを採用する。このとき，次の微分方程式が成立する。

$$\dot{\sigma} + \lambda\sigma = E_1(\dot{\varepsilon} + \mu\varepsilon) \quad \text{----(1)}$$

ここに，$\lambda = (E_1 + E_2)/\eta$，$\mu = E_2/\eta$

E.H.Leeらの対応原理によると，ラプラス像空間において線形粘弾性体は，現空間における弾性体と同じ形の構成式が成立する。従って，有限要素法を用いて，像空間での橋全体のつり合い式を次のように定式化することができる。

$$\begin{bmatrix} K_{11}(S) & K_{12}(S) \\ K_{21}(S) & K_{22}(S) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_1(S) \\ \omega_2(S) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1^d(S) \\ P_2^d(S) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} P_1^p(S) \\ P_2^p(S) \end{Bmatrix} \quad \text{----(2)}$$

あるいは，$[K(S)]\{\omega(S)\} = \{P(S)\}$

有限要素法においては，分割数を多くするほど，得られる数値解の精度は高くなるが，その反面，節点数が増し，構造系全体の自由度も大きくなり，式(2)の剛性マトリックスもその逆行列演算が，非常に繁雑となる。そこで，構造系の固有モード$[\Phi]$を用いることにより，次のような変換を行なう。

$$[K^*(S)] = [\Phi]^T[K(S)][\Phi]$$
$$\{Q^*(S)\} = [\Phi]^T\{Q(S)\} \quad \text{----(3)}$$

ここで，構造系全体の自由度より，小さな個数の固有モードをとると，式(3)によって，像空間での節点変位$\{\omega(S)\}$を，次のように効果的に求めることができる。

$$\{\omega(S)\} = [\Phi][K^*(S)]\{Q^*(S)\} \quad \text{----(4)}$$

ケーブルは，けたと塔を結ぶ部材であるから，式(4)で求まる変位のうちで，ケーブルと結びついた節点の変位は，ケーブルの両端の節点変位でもあり，これよりケーブルのひずみが求まる。さらに，式(1)を解くことによっ

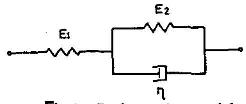

Fig.1　3-elements model

Yoshiji NIWA　Eiichi WATANABE　Takayoshi IIO

て得られる像空間での構成式を用いると，ケーブルの応力が得られ，これに極限値定理を満足させた上で，数値ラプラス逆変換すると，現空間でのケーブル応力を得ることができる。これはここでいうケーブルのリラキゼーションを表わしているわけである。

3.張力測定試験の重要性. 前述のような厳密な意味での，リラキゼーションとは，式(1)において，$\dot{e}$が0ということであり，このとき，次のように解くことができる。

$$\lambda=-\frac{1}{t}\ln\left\{\frac{\sigma(t)}{E_1 e_0}-\frac{\rho}{\rho+1}\right\}(\rho+1) \qquad \text{ここに,}\ \rho=E_2/E_1 \qquad (5)$$

式(5)は，竣工より何年か後において，ケーブルの応力の実測を行ない，その測定値を得ることができれば，これによって，λが求まり，従って3要素モデルのηの値を決定することができるということを示している。例えば，弾性体の基本定数であるヤング率などは，改めて試験によってその値を得るまでもなく，既に材料に固有な値として，明確化されている。しかしながら，線形粘弾性体として表わされるクリープ及びリラキゼーションにおいては，その原因が材料そのものの素線の変化だけでなく，施工法にまで反映した，構造上の変化をも考慮に入れねばならないため，その基本定数であるηを決定するに際しては，このような実測を，対象とする橋で逐一実施して，部材としてのそのケーブル固有の値として取り扱うべきであろう。即ち，斜張橋ケーブルにおける，クリープ及びリラキゼーションを解明するには，このように，測定試験を行なうことが大いに重要である。

4.大阪川崎橋における解析例. Fig.2は大阪市の旧淀川に架設されている川崎橋をモデル化したものを示す。この橋において，竣工時とその3年半後の2回にわたり，張力測定試験が行なわれた。このとき，式(5)においてρを1とすると，ηを容易に求めることができるので，実測値と，求めたηを採用することによって得られる理論曲線を，竣工時からの応力緩和率として示してある。本来，実測値は理論曲線上の点であるべきだが，前述のように応力緩和が起こりつつ，同じケーブルでひずみ増加が起こるという，ひずみ拘束をしないためで，これは当初，ρを1としたが，さらにこれを試行錯誤的に与えることにより改善される。また，ηは各ケーブルでそれぞれ固有の値をとるだけでなく，それぞれ時間によっても変化するものと考えられる。

プレストレスを導入せずに架設すると，リラキゼーションは大きく，導入することによって，リラキゼーションをかなり軽減することができる。

5.おわりに. 過去，尾道大橋ではかなりのクリープが報告され，一方，川崎橋ではリラキゼーションが測定された。即ち，ケーブルの剛性が大きいとクリープ，けたの曲げ剛性が大きいとリラキゼーションが卓越することを付記しておく。最後に，貴重な測定値を提供していただいた大阪市の松村博氏と栗本鉄工所の方々に感謝致します。

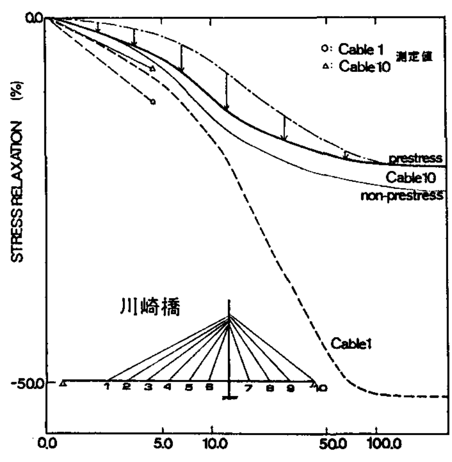

Fig. 2 Stress Relaxation of Cable