

I型梁,十字断面柱,円筒シエルの弾塑性カタストロフィーに関する考察

京都大学 正会員 円羽義次
愛知県 正会員 鈴木五月京都大学 正会員 渡辺英一
京都大学 学生員 浅野 剛

1. はじめに 最近の土木構造物の多くが、弾塑性域で極限状態に達するように設計されている。その耐荷力は、一般的には、離散化手法を用いた幾何学的・材料非線形解析により求められるが、計算の費用も大きい。

周知のように、弾塑性域では系は、保存系ではなくなる。そこでここでは、系が弾塑性状態になってから座屈する時、その臨界点からの増分的な意味での擬似ポテンシャル V を仮定する。本報告では、この擬似ポテンシャルの1階微分としてのつり合式を弾性座屈つり合式の再評価により求め、カタストロフィー理論により、系の弾塑性座屈荷重 P_{cr} の初期たわみによる敏感性を論じた。尚、十字断面柱、円筒シエルについては、サーボ試験機によるマイコン制御の耐荷力実験も行なった。

2. 手法の概要

2.1 計算手順(Fig.1の①～⑫を参照)

①② 基本的条件の決定(ここでは材料は、完全弾塑性体とする。) ③ 弾性座屈つり合式の剛性 P^e を、弾塑性域での剛性 $P^p = f P^e$ に変える。ここに f は、適当な係数で臨界点からの変位の関数である。また初期不整は弾塑性域でも合理的に評価すべく、適当な係数 μ で修正される。ここに μ は、一般化細長比 λ と、残留応力 α_r と、全断面に対する弾性部分の割合 λ_0 の関数である。 ④ 変位、初期変位に対して、同じモード変換をして、つり合式を一般化変位 θ 、一般化初期変位 θ_0 で表す。 ⑤⑥ $\partial^2 V / \partial \theta^2 = 0$ と弾塑性状態の断

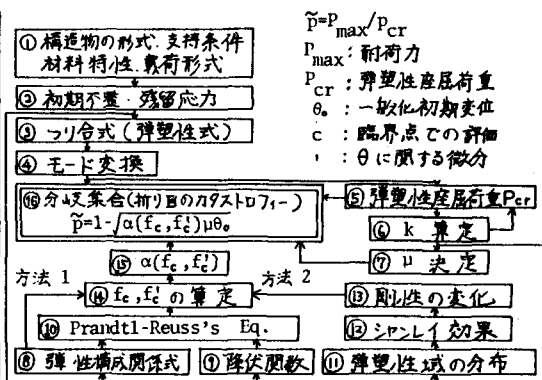


Fig.1 計算手順

面の力のつり合式より P_{cr} と θ_{cr} が求まる。⑦ μ は降伏応力 σ_y で無次元化された最大圧縮残留応力 $\alpha_r = \sigma_r / \sigma_y$ として、次のように決める。

$$\mu = \begin{cases} \lambda^2 \{ \alpha_r + k (1 - 2\alpha_r) \} & \text{for } \lambda < \lambda_c \\ 1 & \text{for } \lambda \geq \lambda_c \end{cases} \quad \text{ここに } \lambda_c = (1 - \alpha_r)^{-1/2} \quad (1)$$

⑧⑨⑩⑪⑫、(α の求め方1)、断面力による弾性構成関係式と、断面の崩壊に関する相関関係式(降伏関数)を決めて、弾塑性構成関係式をPrandtl-Reuss's Eq. より求める。次に f を弾塑性と弾性の面外方向に対応する剛性の比として定義する。 f は、直接的には断面力の関数であり、また構成関係式を通じて θ の関数である。したがって f の θ に関する微分ができる。 ⑬⑭⑮⑯⑰

(α の求め方2) 断面の弾塑性域の分布を調べる。そして座屈が、シェンレイ的な応力増加の分布を伴って起こるとして、座屈直後の断面の剛性変化を幾何学的にとらえて f, f' を求める。 ⑱ 面外方向の断面力に対応するひずみの関係が指数関数的であ

るという仮定又は、カタストロフィー理論から f の展開式は $f = f_c + \frac{1}{2} f_c \theta$ なる展開となる。これより一般的に $\partial^2 f / \partial \theta^2|_c \neq 0$ となり '折り目' のカタストロフィーになる。⑤までに α, μ が評価されているから、分岐集合は求められる。

2.2 計算例

純曲げを受けて両端がねじれに対して単独支持されている I 型梁の横倒れのカタストロフィーを考える。残留応力はフランジのみを考え Fig.2 に示す。材料は完全弾塑性体とする。さらにそりねじれ剛性 EC_w がサンファンのねじれ剛性よりかなり大きい場合には、つり合式は ϕ をねじれ角として

$$f EC_w (\partial^2 \phi / \partial z^2) - M_x^2 \phi / EI_y^e = 0 \quad (2)$$

となる。ただし添字 e は弾性を表す。またモード変換 $\phi = \theta \sin(\pi z / l)$ より上式は次式となる。

$$V_1 \equiv \partial^2 f / \partial \theta^2 = f EC_w (\pi/l)^4 \theta_c - M_x^2 \theta / EI_y^e = 0$$

次に $\partial^2 f / \partial \theta^2|_c = (\partial f / \partial \theta)_c EC_w (\pi/l)^4 \neq 0$ より '折り目' のカタストロフィーとなり、分岐集合は、

$$(M_x / M_{cr})^2 = 1 - \sqrt{-2(\partial f / \partial \theta)_c / f_c} \cdot \mu \theta_c \quad (3)$$

次に $f_c, \partial f / \partial \theta|_c$ は、弾性構成関係式を

$$\begin{bmatrix} m_x \\ m_y \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} M_x / M_{yp} \\ M_y / M_{yp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E / 2\sigma_y & 0 \\ 0 & E / 3\sigma_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h\phi_x \\ b\phi_y \end{bmatrix} = D^e \begin{bmatrix} h\phi_x \\ b\phi_y \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここに M_{yp}, M_{yp} は x, y 軸回り全断面塑性モーメント。 ϕ_x, ϕ_y は M_x, M_y に対応する曲率。

また断面の崩壊に関する相関関係式を

$$F \equiv m_x^2 + m_y^2 - 1 \quad (5)$$

とすれば、Prandtl-Reuss's Eq. より弾塑性剛性 matrix D^p が求められる。いま $f \equiv D_{22}^p / D_{22}^e$ とする。ここに D_{22}^p, D_{22}^e は D^p, D^e の (2.2) 要素である。また f の θ に関する微分は、

$$f' = \frac{\partial f}{\partial \theta} = \frac{\partial f}{\partial m_x} \frac{\partial m_x}{\partial \theta} + \frac{\partial f}{\partial m_y} \frac{\partial m_y}{\partial \theta} = \frac{\partial f}{\partial m_x} \frac{\partial m_x}{\partial \theta} + \frac{\partial f}{\partial m_y} \frac{\partial m_y}{\partial \theta} \quad (6)$$

より求められる。以上により α は次式となる。

$$\alpha = f_c / f_c = (1 - m_x^2)^{1/2} m_x \cdot h / (b (1 + \frac{1}{2} m_x^2)^2) \quad (7)$$

また μ は 2.1 で定義した通りである。

以上により式 (3) が評価される。また圧縮力を受ける十字断面柱のねじり座屈、圧縮力を受ける円筒シェルの座屈の具体的計算法については割愛する。Fig.3~5 に I 型梁、十字断面柱、円筒シェルの分岐集合をそれぞれ示す。解析の結論として、弾塑性座屈は '折り目' のカタストロフィーとなり、分岐集合は、通常の座屈つり合式の再評価である程度算定できる。

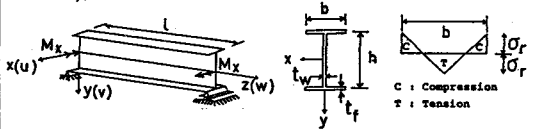


Fig.2 I型梁の形状と残留応力分布

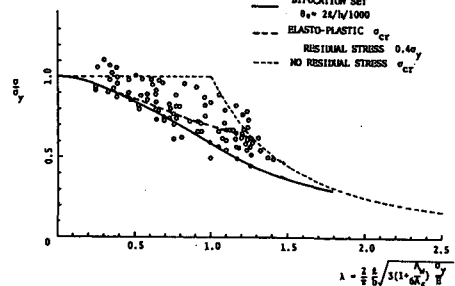


Fig.3 Bifurcation Set and Beam Test Data in the NBS System

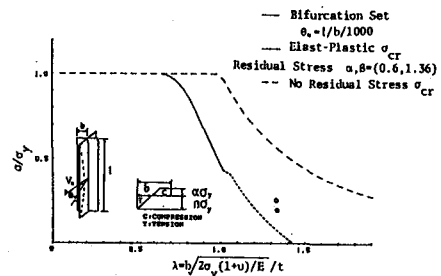


Fig.4 Strength Curve for Cruciform Columns

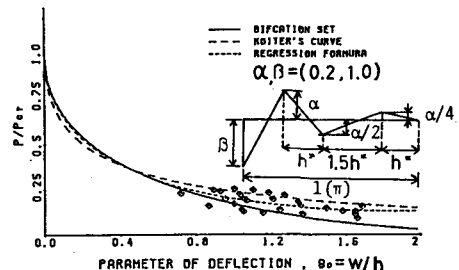


Fig.5 IMPERFECTION SENSITIVITY OF CYLINDRICAL SHELLS