半無限体表面に接着したはりの解析

近畿大学理工学部　正　員　谷平　勉
近畿大学理工学部　正　員　椋野正稔
近畿大学大学院　　学生員○山口史夫

1．まえがき

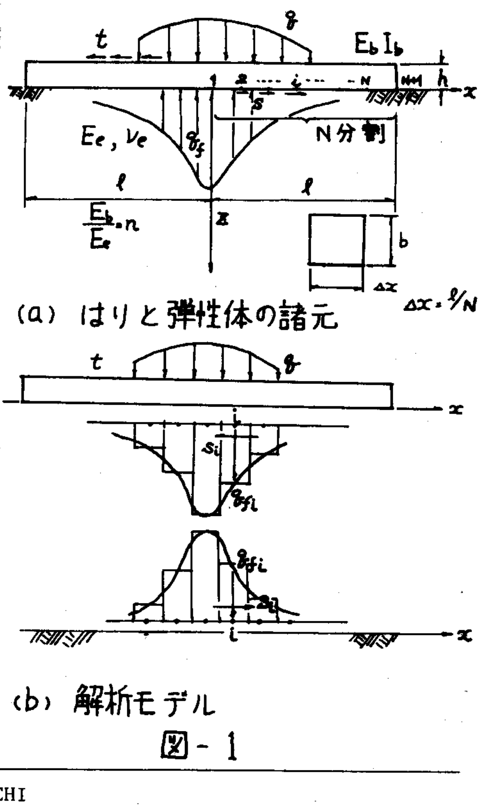
半無限弾性体と構造物との相互作用に関する問題は，数多くの興味深い問題を含んでいる。従来，この種のモデルでは，接合面で垂直反力のみを考える場合がほとんどであった[1,2]。半無限体とはり，板などの構造物との相互作用モデルを，コンクリートと鋼構造との合成構造，特にその付着に関する解析に適用しようとすると，合成作用に大きく関係する接合面に平行な力（主としてせん断力の付着）を取り入れてより厳密に解析する必要がある。

ここでは，マッシブなコンクリートに接着されたはりの付着特性を解析することを想定する。モデルとしては，半無限弾性体表面に接着されたはりを考え，はりの下面の変位と半無限弾性体表面の変位は連続していると考える。

本報告は，このような観点から，半無限弾性体表面に接着したはりを3次元的に解析したものである。また，はりの解析方法は差分法を用いた。

2．解法の概要

図－1のように半無限弾性体（弾性係数E_e，ポアソン比ν_e）表面に，一定の幅bの両端自由なはり（曲げ剛さE_bI_b，スパン2ℓ，厚さh）が接着され，外力は，鉛直荷重qと水平荷重tが作用しているものとする。はりと弾性体の接合面には，接合面に対して垂直な力と平行な力が介在するものとする。この時はりは，接合面に平行な力により水平方向にも変位する。それと同時に，板厚の1／2の偏心による分布の曲げモーメントも考える必要がある。以上の考え方により，外力による鉛直変位wと水平変位uに，不静定力から生じるwとuを加算してはりの変位とし，不静定力による弾性体表面の変位は，Bussinesq，Cerruti 解の積分により与えられる。これらの変位を用いて連続条件を用いれば，一種の弾性方程式が得られる。この時の不静定力は，Bussinesq，Cerruti 解を矩形積分したもので，はりと弾性体との接触応力で示される。



図－1

はりの曲げおよび軸方向力作用のつり合いから，

Tsutomu TANIHIRA, Masatoshi MUKUNO and Fumio YAMAGUCHI

$E_b I_b \, d^4w/dx^4 = q - q_f - h/2 \cdot d/dx\,(s + t)$ (1)

ここで，q_f，s は，それぞれ，はりと弾性体の接合面に対して垂直，水平方向の不静定力である。

弾性体表面の鉛直変位 w は次式で示される。

$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{w}_q + \boldsymbol{w}_s$ (2)

$\boldsymbol{w}_q = (b/D_{fz})[F_{qz}]\,q_f$　　$D_{fz} = \pi E_e/(1-\nu_e^2)$

$\boldsymbol{w}_s = (b/D_{sz})[F_{sz}]\,s$　　$D_{sz} = \pi E_e/(1+\nu_e)(1-2\nu_e)$

ここで，$\boldsymbol{w}_q, \boldsymbol{w}_s$ は，それぞれ，不静定力 q_f，s による鉛直変位，F_{qz}，F_{sz} は，q_f，s による弾性体の影響係数マトリックスである。

次に，はりの下面の任意点での水平変位 $u_{b(z=h/2)}$ は，次式で示される。

$u_{b(z=h/2)} = \int \varepsilon_x \, dx - h/2 \cdot \theta_x + u_0$ (3)

ここで，ε_x ははりの中立面のひずみ，θ_x は x 方向のたわみ角，u_0 ははりの剛体変位を表わす。

弾性体表面の水平変位 $\boldsymbol{u}$ は次式で示される。

$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}_q + \boldsymbol{u}_s$ (4)

$\boldsymbol{u}_q = (1/D_{qx})[F_{qx}]\,q_f$　　$D_{qx} = 2\pi E_e/(1+\nu_e)(1-2\nu_e)$

$\boldsymbol{u}_s = (1/D_{sx})[F_{sx}]\,s$　　$D_{sx} = \pi E_e/2(1-\nu_e^2)$

ここで，$\boldsymbol{u}_q$，$\boldsymbol{u}_s$ は，それぞれ，q_f，s による水平変位，F_{qx}，F_{sx} は，q_f，s による弾性体の影響係数マトリックスである。

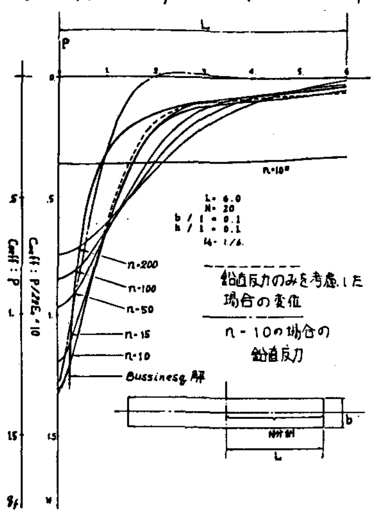
はりと弾性体の変位の連続条件から，(2)，(4)式を用いて q_f，s を変位 $\boldsymbol{w}$，$\boldsymbol{u}$ で示し，(1)，(3)式に代入すると，未知数 $\boldsymbol{w}$，$\boldsymbol{u}$ を含む弾性方程式になる。変位 $\boldsymbol{w}$，$\boldsymbol{u}$ が求まれば，曲げモーメント M_x とせん断力 Q_x は次式により求まる。

$M_x = -E_b I_b \, d^2w/dx^2$

$Q_x = -E_b I_b \, d^3w/dx^3 - \frac{h}{2}(s + t)$

3．数値計算例

はりの中央に集中荷重が作用した場合のたわみを $E_b/E_e = n$ について変化させた。結果を図－2に示す。$n = 10$ については，鉛直反力のみを考慮した場合の変位と比較した。同じ所に $n = 10$ の場合の鉛直反力も示した。また，弾性体とはりとの Interaction の他の場合の計算例については，当日会場で発表する予定である。



図－2

〈参考文献〉

1)倉田・高端・谷平：“弾性基礎上の板の非線形問題”，第24回土木学会年次講演会講演概要，I-53，1969．

2)倉田・高端・谷平：“3次元弾性体上の平板の曲げについて”，第27回土木学会年次講演会講演概要，I-125，1972．

3)谷平・高端：“半無限体と板との付着応力について”，昭和55年度土木学会関西支部講演概要，I-4，1980．