

種々な3次元弾性基本解の境界積分法への適用について

東洋技研コンサルタント 正員 ○島田 功
 大阪工業大学 正員 岡村宏一
 大阪市立大学 正員 園田恵一郎

1. まえがき：未知量を境界上のみを選ぶ境界積分法は、有限要素法や差分法のような領域型の解法に比べ、方程式の数を大幅に減少しうる長所を有している。この長所は、3次元問題でより顕著になり、また、領域型の解法では不適当な無限領域を含む問題の解析にも適している。集中力を受ける3次元体の解析解として、無限体の場合の Kelvin 解、および半無限体の場合の Mindlin 解¹⁾はよく知られており、また、これらは代数式で与えられるため積分法の基本解として利用される。ところで解析領域の一部でも境界条件を満足しているものと基本解として用いることができれば、境界上での条件を課する範囲をさらに縮小することができ、解析精度の向上もはめられ、より望ましいものとなろう。たとえば、図-1(a)のような厚板の問題の場合には、Kelvin 解よりも、すでに表面荷重を含む1つの境界面の条件を満足している Mindlin 解を用いる方が便利である²⁾。また、図-1(b)のような角棒の場合には、さらに多くの境界面を満足する解を用いることが好ましい。ここでは、Kelvin 解、Mindlin 解に相応する解析解の種類と、これらの解を基本解として用いた場合の1つの計算例について報告する。

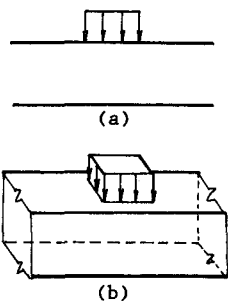


図-1

2. 基本解として用いられる種々な解析解：図-2(a),(b)は周知の Kelvin 解、および Mindlin 解であり、同図(c),(d)は、さらに直交する2つ、または3つの境界面を有する $1/4$ 、 $1/8$ -無限体である。1つの自由境界面を持つ、Mindlin 解は、荷重点(0)に Kelvin 解を与え、境界条件を満足させるため、点(0)の境界面に対する鏡像点(1)(実領域外)に数種類の無限体のひずみ核を重ね合わせて得られる¹⁾。図-2(c)の $1/4$ -無限体の解も、同図(b)の Mindlin 解と基礎解とするならば、点(0),(1)のもう1つの境界面($x=0$)に対する鏡

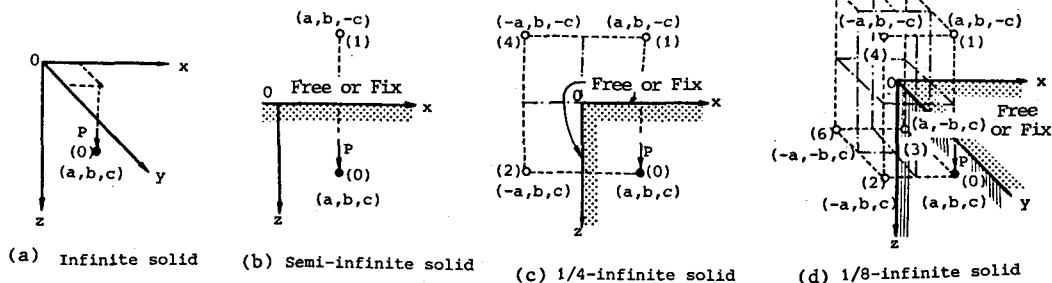


図-2 内部に集中力を受ける無限体

Isao SHIMADA, Hirokazu OKAMURA, Keiichiro SONODA

像点(2),(4) (実領域外)に,境界条件を満足させる数種類のひずみ核を重ね合わせて得られる。同様の手法を進めると,図-2(c)の $1/8$ -無限体の解も求めることができる。すなわち,同図-(b)の $1/4$ -無限体を基礎解として,もう一つの境界面($y=0$)の条件を満足させるため,点(0),(1),(2),(4)の $y=0$ 面に対する鏡像点(3),(5),(6),(7) (実領域外)に数種類のひずみ核を重ね合わせることになる。すなわち, $1/8$ -無限体の解は,点(0)に Kelvin 解を与え,実領域外の点(1)~(7)で特異性を持つひずみ核の重ね合わせによって得られる。ここに,重ね合わせられる解は,無限遠で零となる $1/r$, ($r^2=(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2$, (x_0,y_0,z_0) は特異点)の型の特異性を持つひずみ解の微分形となり,半無限体の解はもちろん, $1/4$ -, $1/8$ -無限体の解も Kelvin 解と同じように,境界積分法の基本解として利用できる。筆者はすでに,図-2の4種類の無限体に対し,系統的に求めた解析解を報告している^{3),4)}

3. 計算例: 2で示した4種類の解析解と基本解として,杆端力を受ける矩形棒と境界積分法によって解析した。図-3は,各基本解を用いた場合の上半分の境界要素の分割メッシュを示したもので,表面の自由境界,および下面の対象条件は各要素の中心にとった選点において満足させる。なお,要素解としては,各分割メッシュ上に単位力を積分した解を用いた。表-1には,基本解の種類と連立方程式の元数の関係を示した。図-4~6は,解析結果を示したものであるが, Kelvin 解によるものを除いて,ほぼ一致した結果となっており,境界面の条件,特に荷重を含む面の条件の一部でも満足するような基本解を用いることにより,解析精度を向上しうることがわかる。

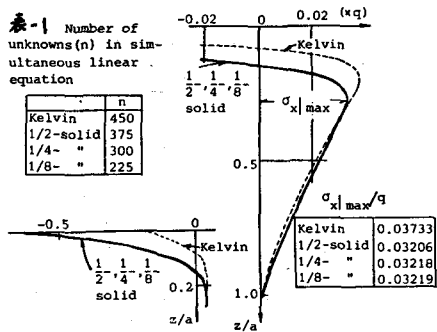


図-4 Variations of σ_x $x=y=0.5a$

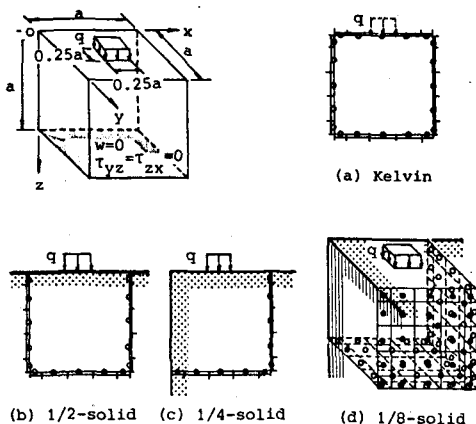


図-3 Example problem and mesh division

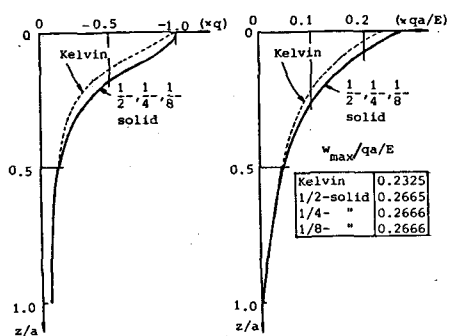


図-5 Variations of σ_z $x=y=0.5a$

図-6 Variations of w $x=y=0.5a$

- 1) Mindlin,R.D.: Force at a point in the interior of a semi-infinite solid, Physics, Vol.7 (1936).
- 2) 岡村,島田: 3次元弾性問題の数値解法とその応用, 土木学会論文報告集, No.199 (1972).
- 3) Shimada,I., Okamura,H. and Sonoda,K.: Elastic solution of a 1/4- or 1/8-infinite solid with a force at a point in it interior, Memoirs of Faculty of Engr., Osaka City University, Vol.23 (1981).
- 4) Shimada,I., Okamura,H. and Sonoda,K.: Some kinds of fundamental solutions applicable to Boundary Element Methods for three dimensional elastic problems, An International Conference on FEM, Shanghai, China (1982).