

積分方程式法による半無限地盤内構造物の非定常応答解析について

京都大学工学部 正 員 丹羽 義次
 京都大学工学部 正 員 北原 道弘
 京都大学工学部 学生員 ○池田 秀文

1. はじめに

近年、LNG貯蔵タンク、地下発電所、沈埋トンネル等の大型地下構造物に対する関心が高まっており、我国のような地震国においては、これら半無限地盤内構造物の動的応答特性の解明は、耐震性の検討という点から重要な問題である。ところで、これら構造物のすべての構成要素を解析にとり入れることは、現在のところ難しく、本研究では、巨視的な立場により、地盤を弾性体、地下構造物を周囲とは異質の弾性体と仮定することにより、二次元動弾性問題として扱った。本論文は、究極的には、実際の観測地震波の入力による半無限地盤内構造物の非定常応答特性の解析を目指しており、それを、積分方程式(BIE)法を利用して行なっている。

2. 積分方程式法による定式化

線形かつ均質・等方な弾性体の運動方程式は、(物体力 $b = 0$ とする。)

$$(\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot u + \mu \nabla \nabla \cdot u = \rho \ddot{u} \quad (1)$$

($u = u(x, t)$: 変位ベクトル, $\ddot{u} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} u(x, t)$, t : 時間, λ, μ : Lamé の定数)

初期条件は、 $u(x, 0) = u_0(x)$, $\dot{u}(x, 0) = v_0(x)$ — (2)

境界条件は、 $u(z, t) = f(z, t)$ ($z \in \partial D_1$) ($\partial D = \partial D_1 \cup \partial D_2$) — (3)

$$\sigma(z, t) = \{\lambda \nabla \nabla \cdot u + 2\mu (\nabla \cdot \nabla) u + \mu \nabla \nabla \times u\} u(z, t) = \bar{\sigma} u(z, t) = g(z, t) \quad (z \in \partial D_2) \quad \text{となる。}$$

また、系は静止過去 $u(x, t) = \dot{u}(x, t) = 0$ ($t < 0$) — (4) を持つとしている。

本研究では、フーリエ変換を利用することにより、非定常解を、定常解の重ね合わせにより求める手法を採用する。

今、ここで、フーリエ変換、逆フーリエ変換をそれぞれ次のように定義しておく。

$$\hat{u}(x, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u(x, t) e^{i\omega t} dt, \quad u(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{u}(x, \omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (5)$$

運動方程式(1)に、フーリエ変換を施すと、

$$L\hat{u} = (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \hat{u} + \mu \nabla \nabla \cdot \hat{u} + \rho \omega^2 \hat{u} = 0 \quad (\hat{u} = \hat{u}(x, \omega)) \quad (6)$$

境界条件(3)は、 $\hat{u}(z, \omega) = \hat{f}(z, \omega)$ ($z \in \partial D_1$) — (7)

$$\hat{\sigma}(z, \omega) = \bar{\sigma} \hat{u}(z, \omega) = \hat{g}(z, \omega) \quad (z \in \partial D_2) \quad \text{となる。}$$

外部場 D^+ (半無限地盤, Fig.1 参照) を考える時、全変位 u は、

$$u(x, t) = u^0(x, t) + u^1(x, t) \quad (8) \quad \text{で表わされる。}$$

(u^0, u^1 はそれぞれ 散乱波、入射波による変位)

変換後の境界条件は、 $\hat{u}$ に対して

$$\hat{u}^0(z, \omega) = \hat{f}(z, \omega) - \hat{u}^1(z, \omega) \quad (z \in \partial D_1)$$

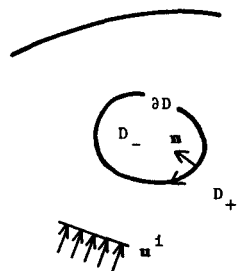


Fig.1 inclusion and stratum

$$\hat{u}^s(x, \omega) = \hat{u}^i(x, \omega) = \hat{u}(x, \omega) - \hat{u}^r(x, \omega) \quad (x \in \partial D_2) \quad \text{--- (9) となる。}$$

変換後の領域で、境界値問題が解ければ、変換前の初期値-境界値問題の解は、次のようにして表わされる。

$$u(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{u}^s(x, \omega) e^{-i\omega t} d\omega + u^r(x, t) \quad \text{--- (10)}$$

よて、本手法により非定常応答解析を行なうには、定常弾性問題に対する積分方程式の解を精度よく求める必要がある。外部場(D₂)に対しては、グリーンの公式を $\hat{u}^s(x, \omega) = \hat{u}(x, \omega) - \hat{u}^r(x, \omega)$ に適用することにより、全変位場 $\hat{u}(x, \omega)$ に対する表示として、次式が成立することゝ保証される。

$$\left. \begin{aligned} x \in D_2 \quad \hat{u}(x, \omega) \\ x \in \partial D \quad \frac{1}{2} \hat{u}(x, \omega) \\ x \in D_1 \quad 0 \end{aligned} \right\} = \begin{cases} \int_{\partial D} U(x, y; \omega) \cdot \hat{u}(y, \omega) ds_y \\ - \int_{\partial D} T(x, y; \omega) \hat{u}(y, \omega) ds_y \\ + \hat{u}^r(x, \omega) \end{cases} \quad \text{--- (11)}$$

ここで、 $U(x, y; \omega)$ は、散射条件を満足する(6)に対する $\Delta U = -\delta x$ --- (12) の解で、 $T(x, y; \omega) = \hat{u}^r(x, y; \omega)$ である。

2次元問題に対しては、

$$U(x, y; \omega) = \frac{i}{4\pi} [H_0^{(0)}(k_1 r) + \frac{1}{k_1^2} \nabla^2 \{H_0^{(0)}(k_1 r) - H_0^{(0)}(k_2 r)\}] ,$$

$$r = |x - y| \quad \text{--- (13)}$$

($H_0^{(0)}$ は第1種0次の Hankel 関数、 $k_1 = \omega/c_1$, $k_2 = \omega/c_2$ は振動・振波の波数) となる。

内部場(D₁)に対しても、 $\hat{u}$ について同様な表示が得られ、境界条件および連続条件により積分方程式系を構成することが出来る。

3. 数値解析例

まず、本解析手法の有効性を、無限体内の空洞について、他の手法による既存解との比較により示す。Fig.2 は定常解を MOW 等¹⁾ のものと、Fig.3 は非定常解を BARON 等²⁾ のものと比較したものである。ただし、本問題の積分方程式は地盤内にいくつかの弾性埋蔵物が存在する場合について構成されており、Fig.2-3 に示した結果については、埋蔵物のせん断弾性係数を地盤のものの1/10分の1として、空洞を近似している。これらの結果に関する詳しい説明及び半無限地盤内構造物に対する結果については、当日報告可。

参考文献

- 1) C.C.MOW & L.J.MENTE; Journal of Applied Mechanics, Vol.30, 1963.
- 2) M.L.BARON & R.PARNES; Journal of Applied Mechanics, Vol.29, 1962.

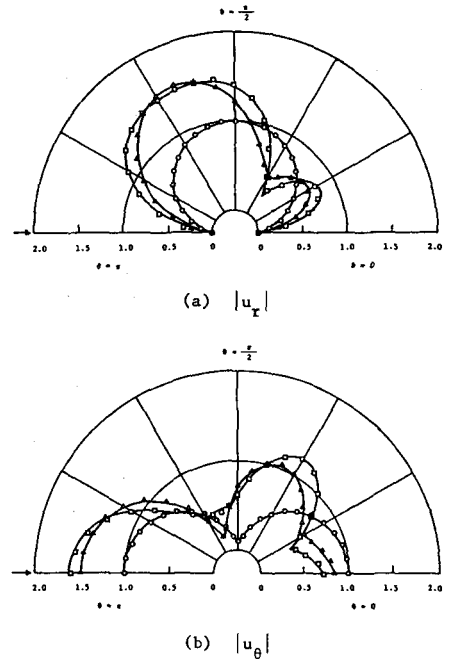


Fig.2 Distribution of $|u_r|$ and $|u_\theta|$
(—: MOW & MENTE, ○, △, □: BIE;
○: $ak_t = 0.1$, △: $ak_t = 1.0$, □: $ak_t = 1.5$)

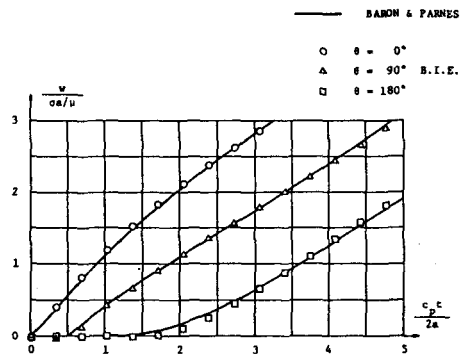


Fig.3 Boundary displacements