積分方程式法による斜面の動的解析

京都大学工学部　正員　小林昭一
京都大学工学部　正員　西村直志
京都大学工学部　学生員　○白木達成

1、はじめに

積分方程式法は、数値解析法として今日多く使われているが、そのメリットとして地盤系構造物の波動の応答解析に適していることが挙げられる。本解析では入射SH波の定常な場合を想定して２つのモデルを取扱った．１つは、半無限の斜面下のライニング付き円形トンネルで、解析解と比較する．もう１つは、半無限地盤中に段差を考え、その斜面の傾斜角の与える影響について論ずる。

2、トンネル構造物の応答解析

fig.1の右上に示すような数学的モデルを考えると結局、斜面の傾斜角は入射角との相対的関係より、入射角を変化することと全く同じである。この解析解は、文献1)によって求められているが、実際には少なからず誤りを含んでいるので訂正してその値を求めた．さて、積分方程式による定式化は、ライニングの部分（内部問題）と土の部分（半無限問題）で各々方程式を立てて、境界条件を使って連立方程式にして解く。fig.1, fig.2は結果の一例である．波長４a、せん断弾性定数比（ライニング／土）3.0を与えた。曲線は解析解を、シンボルは積分方程式による解を示す．両者が、非常によく一致しているのがわかる。また、物理的には $0°\leq\theta\leq90°$ なる入射角 θ の場合、変位の振幅の最大値は $-\pi\leq\phi\leq0$, $x/a<0$ なる位置にあると言える。

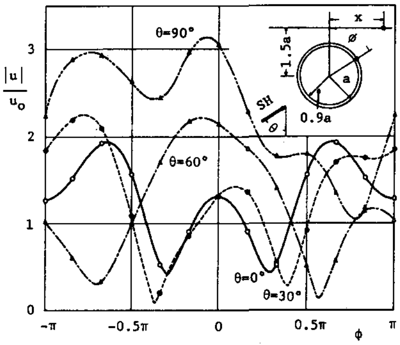

fig.1

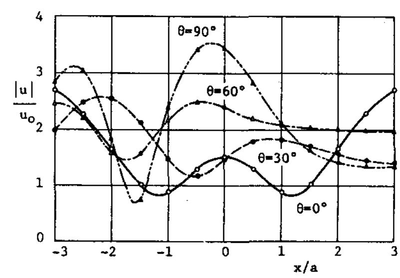

fig.2

3、段差のある半無限地盤の応答解析

fig.3に示す数学的モデルを考える．段差D，傾斜角 θ，せん断弾性定数は簡単の為1.0とし、SH波は真下から入射すると仮定する．境界条件は S_0, S_1, S_2 においてtractionがそれぞれfreeであることである。

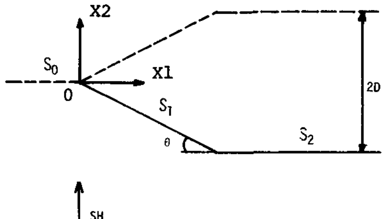

fig.3

Shoichi KOBAYASHI　Naoshi NISHIMURA　Tatsunari SHIRAKI

u_Iを半平面$x_2 \le 0$の入射波に対する応答、u_I'を半平面$x_2 \le -D$の入射波に対する応答として、放射条件(radiation condition)を満足する反射波$u_R (= u - u_I)$について積分方程式を立てる。

$$u_R = \int_{S_0+S_1+S_2} \Gamma \, t_R \, dS - \int_{S_0+S_1+S_2} \Gamma_I \, u_R \, dS \qquad (S = S_0 + S_1 + S_2) \tag{1}$$

ここに Γ, Γ_I はそれぞれ一重層，二重層ポテンシャルの核、 u; displacement。
t; traction を意味するものとする。この問題の基本解は、2次元の定常問題のHelmholtz方程式のグリーン関数として与えられる。

$$G(p,q) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(kr) \tag{2}$$

kは波数、$r = |p-q|$である。ところが、図のように鏡像をつけ加えた形を想定すれば、S_0上での境界条件は満足したことになる。これに伴って基本解も変化させなければならなくなる。

$$G(p,q) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(kr) + \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k\bar{r}) \tag{3}$$

$\bar{r} = |\bar{p} - q|$、$\bar{p}$ はpの鏡像における点を表わす。これを「半無限の基本解」と呼んで使用すると(1)式は、

$$u_R = \int_{S_1+S_2} \Gamma \, t_R \, dS - \int_{S_1+S_2} \Gamma_I \, u_R \, dS \qquad (S = S_1 + S_2) \tag{4}$$

と書ける。一方、uはS_2上で $x_1 \to \infty$のとき、u_I'に近ずくと考えられるから、これを考慮して(4)式を次のように書きかえる。

$$u_R = -\int_{S_1} \Gamma_I \, u_R \, dS_1 - \int_{S_2} \Gamma_I \, u_R' \, dS_2 - \int_{S_1} \Gamma \, t_I \, dS_1 - \int_{S_2} \Gamma \, t_I \, dS_2 - \int_{S_2} \Gamma_I (u_I' - u_I) \, dS_2 \tag{5}$$

ここに $u_R' = u - u_I'$である。(5)式より次の積分方程式が得られる。

$$\frac{u_R}{2} = -\int_{S_1} \Gamma_I \, u_R \, dS_1 - \int_{S_2} \Gamma_I \, u_R' \, dS_2 - \int_{S_1} \Gamma \, t_I \, dS_1 - \int_{S_2} \Gamma \, t_I \, dS_2 - \int_{S_2} \Gamma_I (u_I' - u_I) \, dS_2 \quad \text{on } S_1 \tag{6}$$

$$\frac{u_R}{2} = -\int_{S_1} \Gamma_I \, u_R \, dS_1 - \int_{S_2} \Gamma_I \, u_R' \, dS_2 - \int_{S_1} \Gamma \, t_I \, dS_1 - \int_{S_2} \Gamma \, t_I \, dS_2 - \left[\int_{S_2} \Gamma_I (u_I' - u_I) \, dS_2 \right]^{-} + u_I - u_I' \quad \text{on } S_2 \tag{7}$$

ここに$[\ ]^{-}$は内部極限を示す。数値計算上、(6)(7)式を離散化しなければならないが、S_2は無限区間で計算できないので有限で切らざるを得ない。しかし、上述のように十分遠方で$u_R' \sim 0$であると予想されるので、このことによる誤差は小さいと考える。また、(6)(7)式におけるその他のS_2上の積分は文献2)に述べられている方法で、Fourier変換を介してcontour integralに帰着することができ、高精度で評価できる。なお、詳細な計算方法及び結果の報告、検討等については当日発表する。

〈参考文献〉1) V. W. LEE and M. D. TRIFUNAC, "RESPONSE OF TUNNEL TO INCIDENT SH-WAVES" Proceedings of A.S.C.E. Vol 105, EM4, August 1979
2) 木下雅敬，「半無限地盤構造物系の動的解析への積分方程式の適用」 京都大学卒業論文，昭和56年2月