積分方程式法による非均質場の動的解析

京都大学工学部　正　員　小林昭一
京都大学工学部　正　員　西村直志
京都大学工学部　学生員　木下雅敬

1、はじめに

近年、積分方程式法は境界値問題において有力な数値解析法として数多くの分野に適用されるようになって来た。本研究においては、半無限地盤にそれとは物理定数の異ったもの、例えば構造物が載ったような非均質場に、P波およびS波のような平面波が入射した際の定常状態の応答を、積分方程式法を用いて解析した例を示すものである。

2、積分方程式法

等方均質な線型弾性体の定常状態の場の方程式は、P波およびS波の速度をC_1，C_2とすると次のようになる。

$$(C_1^2-C_2^2)u_{j,ji}+C_2^2u_{i,kk}+\omega^2u_i=-f_i \qquad \text{-----}(1)$$

ここで、$\Delta_{ij}^{*}=(C_1^2-C_2^2)\partial_i\partial_j+C_2^2\partial_k\partial_k+\omega^2\delta_{ij}$　なる演算子を用い、さらに物体力を無視すれば、次式のようになる。

$$\Delta_{ij}^{*}u_j=0 \qquad \text{-----}(2)$$

一方、$\Delta_{ij}^{*}u_j=-\delta(\underset{\sim}{x}-\underset{\sim}{y})\delta_{ik}$ を満足する、二次元定常状態の基本特異解は次式のように求められている。

$$\Gamma_i^{(k)}(\underset{\sim}{x},\underset{\sim}{y})=\frac{i}{4\mu}\left[H_0^{(1)}(\xi_2r)\delta_{ik}-\frac{1}{\xi_2^2}\frac{\partial^2}{\partial y_i\partial y_k}\left\{H_0^{(1)}(\xi_1r)-H_0^{(1)}(\xi_2r)\right\}\right] \qquad \text{-----}(3)$$

但し、$r=|\underset{\sim}{x}-\underset{\sim}{y}|$，　$\xi_1=\omega/C_1$，$\xi_2=\omega/C_2$.

相反作用の定理を用いると、次の Somigliana の積分方程式が得られる。

$$F(\underset{\sim}{x})u_k(\underset{\sim}{x})=\int_S\left\{\Gamma_k^{(i)}(\underset{\sim}{x},\underset{\sim}{y})t_i(\underset{\sim}{y})-u_i(\underset{\sim}{y})\Gamma_{Ik}^{(i)}(\underset{\sim}{x},\underset{\sim}{y})\right\}dS_y \qquad F(\underset{\sim}{x})=\begin{cases}1 & \underset{\sim}{x}\in D\\ 1/2 & \underset{\sim}{x}\in S\\ 0 & \underset{\sim}{x}\notin D,\ \underset{\sim}{x}\notin S\end{cases} \qquad \text{----}(4)$$

$u_k(\underset{\sim}{x})$，$t_k(\underset{\sim}{x})$は変位ベクトル，表面力ベクトルである。

fig.1に示すような本モデルにおいては、内部領域D_iおよび半無限領域Deについてそれぞれ積分方程式を立てる。このとき半無限領域Deについては、反射波が“radiation condition”を満足するものとして、反射波について積分方程式を立てる。この非均質場における連結領域S_βにおいては、表面力が釣り合い、変位が連続するという条件(5)式を満足するものとする。

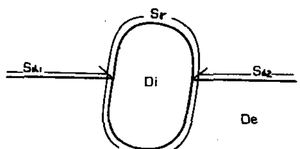

fig1-(a)

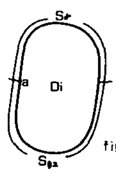

fig1-(b)

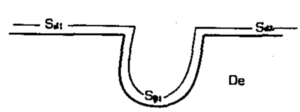

fig1-(c)

$$\left.\begin{aligned}t_R(\beta_1)+t_I(\beta_1)&=-t(\beta_2)\\ u_R(\beta_1)+u_I(\beta_1)&=u(\beta_2)\end{aligned}\right\} \qquad \text{-----}(5)$$

この条件(5)式を用いて内部問題と半無限問題を連立させ、離散化することにより、境界における変位ベクトル

Shoichi KOBAYASHI　Naoshi NISHMURA　Masanori KINOSHITA

，表面力ベクトルを求めることができる。その値が求まれば、領域内部における変位および応力を求めることができる。また本解析においては全変位ベクトルu_Tを

$$u_T = u_I + u_R + u_S \begin{cases} u_I\text{；入射波} \\ u_R\text{；半無限弾性体の自由表面による反射波} \\ u_S\text{；非均質な物質があるための撹乱分} \end{cases} \quad \cdots\cdots(6)$$

として捉え、u_Rは解析的に容易に求まるため、u_Sについて積分方程式を立てることにより、解の精度向上をはかっている。

3、解析例

ここで上記の方法により行った解析例を紹介する。fig.2に示すように、半無限地盤に長方形の形状の仮想的な構造物が載ったようなモデルについて、地盤と構造物の弾性定数の比を1：10にとり、S.V.波が鉛直下方より入射した場合と、critical angleで入射した場合の、構造物頂部の点aの水平方向の周波数応答を調べてみた。fig.2を見れば、critical angleで入射した際の応答は、鉛直下方より入射した際の応答よりも、かなり大きな応答を示していることがわかる。fig.3、4は、$\theta=0$の場合の周波数応答曲線における、2つのピーク時の変形の様子を示したものである。片持バリの固有振動モードに対応させて考えて見れば、fig.3は片持バリの固有振動の1次モードに対応し、fig.4は2次モードに対応すると考えることができる。しかし、構造物の剛性が地盤よりも高いため、1次モードは剛体回転のような変形となって現れている。その他の例については当日発表する予定である。

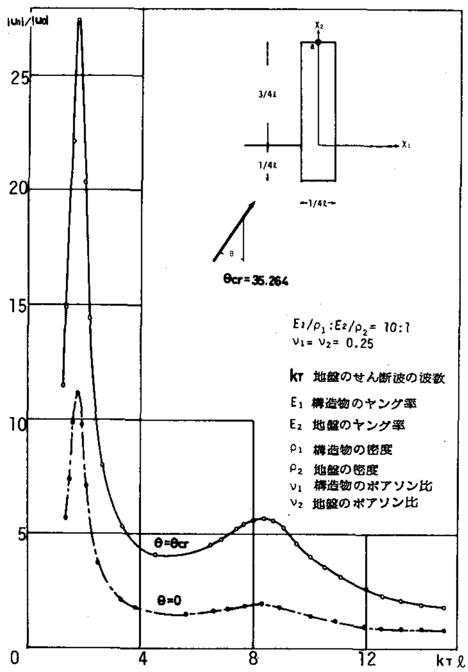

fig.2 入射S.V.波に対する構造物頂点の周波数応答

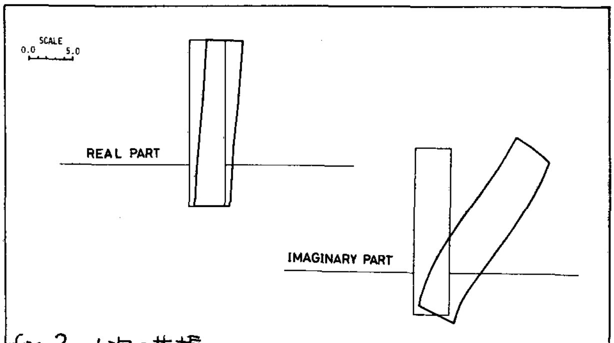

fig.3 1次の共振

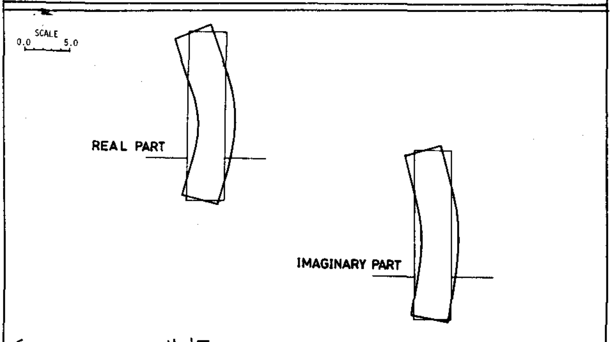

fig.4 2次の共振