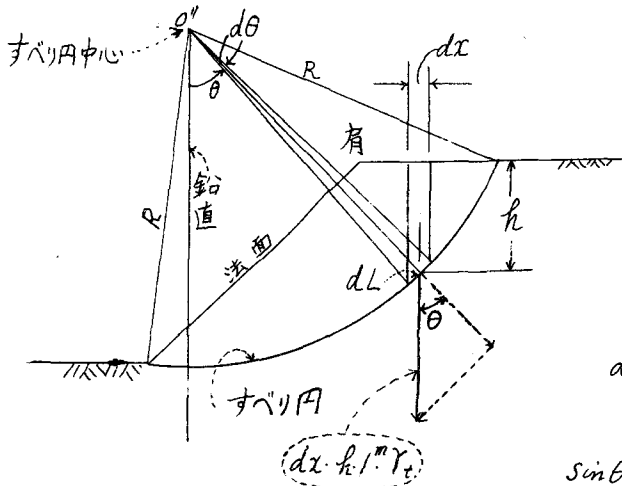


Driving Moment 等を定積分で求める解析とこれから見た Fellenius
slice 法におけるすべり円中心のきめ方

道都短期大学 正会員 今井芳雄

§1. 前言. 円形すべり面の安全率を求める Fellenius の slice 法では slice の両側面には、内部応力を無しとするので、driving moment は slice の重量(質量)のみが関係し、内部摩擦力、粘着力等は関係しない、従って合計 driving moment はすべり円中心 O' と半径 R を定めて求めたものはそのまゝで変わらないが、まさつ抵抗 moment, 粘着力抵抗 moment は、土の強度を一応定めてから求めはするが変り得るわけである。このため 1 つの driving moment について違つた安全率があるわけである。いづれにしても driving moment のすべり円に沿う分布が明らかになることは、すべり円中心 O' の選定にとつて大切な事であらう。筆者はこの目的のため driving moment を定積分で求める解析を導いた。この定積分の図形はすべり円の両端に張る中心角 θ (radian) を底辺とする中高の山形である (Fig. 3.1a)。底辺幅がより広く山頂のより高い時面積がより広くなる。つまり driving moment がより大きくなるわけである。この理に合う様すべり円中心を先づ探せばよいわけで、そう飛び離れたところには無いと云える。探す範囲が限定される。この時円中心 O' を通る鉛直線より左側に半径が出るとこの区間の slice はマイナス部分を与えるから、これがあるべく大きくならない様にする考慮も必要である

§2. すべり円 moment の定積分解析



γ = 土の単位体積重量(質量)

ϕ = 土の内部摩擦角

C_0 = 土の粘着力

dL = 微小円弧長

$$= R \cdot d\theta$$

$$dx = R \cdot d\theta \cdot \cos \theta$$

$$dx \cdot h \cdot \gamma = \text{幅 } dx \text{ の土の重量}$$

高さ h の slice 重量

$$\sin \theta = \frac{\tan \theta}{\sqrt{\tan^2 \theta + 1}} \quad (2.1)$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{\tan^2 \theta + 1}} \quad (2.2)$$

$$\sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{\tan \theta}{\tan^2 \theta + 1} \quad (2.3)$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{\tan^2 \theta + 1} \quad (2.4)$$

YOSHIO IMAI

高さ h , 幅 dx , 奥行 l^m , 単位体積重量 γ_t の slice 1 片の driving moment

$$= (h \cdot R \cdot d\theta \cdot \cos\theta \cdot \gamma_t \cdot \sin\theta) \cdot R \quad (2.5)$$

$$= R^2 \cdot h \cdot \gamma_t \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta \cdot d\theta \quad (2.6)$$

これに(2.1)式(2.2)式の関係を入れて

$$= R^2 \cdot h \cdot \gamma_t \cdot \frac{\tan\theta}{\tan^2\theta + 1} d\theta \quad (2.7)$$

同様に幅 dx , 高さ h の slice のまわ抵抗 moment $= (h \cdot R \cdot d\theta \cdot \cos\theta \cdot \gamma_t \cdot \cos\theta \cdot \tan\phi) \cdot R \quad (2.8)$

これに(2.2)式の関係を入れて

$$= R^2 \cdot h \cdot \gamma_t \cdot \frac{\tan\phi}{\tan^2\theta + 1} d\theta \quad (2.9)$$

幅 dx , 高さ h の slice の粘着抵抗 moment

$$= (R \cdot d\theta \cdot C_0) \times R \quad (2.10)$$

$$= R^2 \cdot C_0 \cdot d\theta \quad \text{ここで } C_0 = \text{土の粘着力 } \frac{t}{m^2} \quad (2.11)$$

全 slice の driving moment は(2.7)式の、すべり円弧全長に亘る定積分として求められる

$$= \int_{\theta} R^2 \cdot h \cdot \gamma_t \cdot \frac{\tan\theta}{\tan^2\theta + 1} d\theta \quad (2.12)$$

全 slice のまわ抵抗 moment

$$= \int_{\theta} R^2 \cdot h \cdot \gamma_t \cdot \frac{\tan\phi}{\tan^2\theta + 1} d\theta \quad (2.13)$$

すべり円全長(又は部分長)に亘る粘着抵抗 moment $= \int_{\theta} R^2 \cdot C_0 \cdot d\theta \quad (2.14)$

$$\text{すべり円の安全率} = \frac{\int_{\theta} R^2 \cdot h \cdot \gamma_t \cdot \frac{\tan\phi}{\tan^2\theta + 1} d\theta + \int_{\theta} R^2 \cdot C_0 \cdot d\theta}{\int_{\theta} R^2 \cdot h \cdot \gamma_t \cdot \frac{\tan\theta}{\tan^2\theta + 1} d\theta} \quad (2.15)$$

である。(2.15)式の定積分は $h \cdot \gamma_t$ の変化が連続である区間について Simpson 法則により求め、区間毎の定積分を合計するのである。1つの区間について $h \cdot \gamma_t$ の値は3つを必要とするわけである。 $\tan\theta$ は、 θ を測る必要はなく、直角2辺の比として分数形で固に合うもので、本方法の利点である。分割 slice 幅も特に狭くする必要もなく、 θ に應ずる $h \cdot \gamma_t$ が連続でさえあればよい。そしてこの h も長さを測ればよいので何かの面積という計算を必要としないのも利点である。

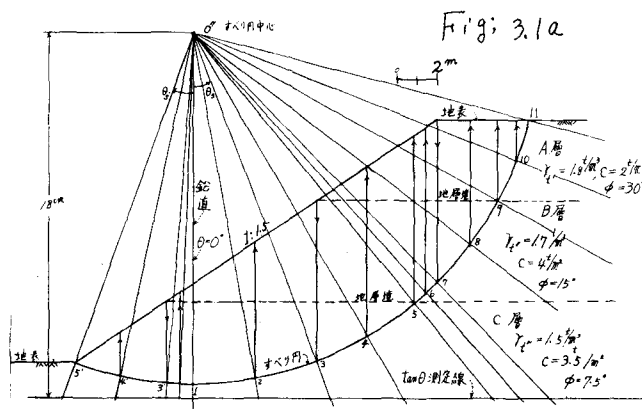


Fig. 3.1a

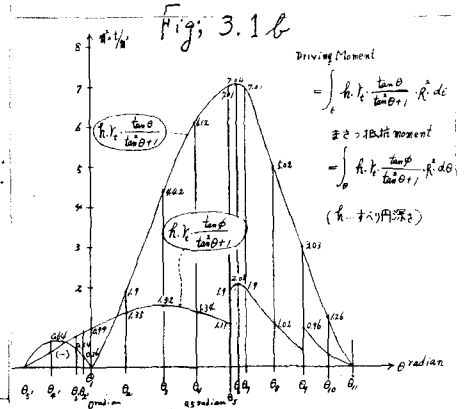


Fig. 3.1b

§3. 計算例. 高さ12m, 法勾配 1:1.5の3層からなる盛土の driving moment 及び まさつ抵抗 moment, 粘着抵抗 moment を, 3通りについて, 定積分で求め安全率を check すること

(解) すべり円の奥7における接線が水平と45°になる1円を描く (Fig: 3.1a) である。偶数 subtitle の θ は奇数 θ の中央点であり Simpson 式の中央縦巨点になる。 $\theta = 45^\circ$ のとき $\tan \theta / (\tan^2 \theta + 1)$ が最大であり、これと最大の $h \cdot \gamma_c$ と組み合わせるわけである。 $\theta_3 \sim \theta_5$ 区間は関数が連続するのでその driving moment を例として Simpson 公式によって求める。

$$= \frac{\theta_3 - \theta_5 \text{ radian}}{6} \left\{ h_3 \cdot \gamma_c \frac{\tan \theta_3}{\tan^2 \theta_3 + 1} + 4 h_4 \cdot \gamma_c \frac{\tan \theta_4}{\tan^2 \theta_4 + 1} + h_5 \cdot \gamma_c \frac{\tan \theta_5}{\tan^2 \theta_5 + 1} \right\} \times R^2$$

$$= \frac{(0.3661 - 0.6931) \text{ radian}}{6} \left\{ 13.23 \frac{\text{m}^2/\text{m}^3}{1.147} \times \frac{1}{18 \text{ cm}} \times \frac{6.9 \text{ cm}}{18 \text{ cm}} + 4 \times 14.04 \frac{\text{m}^2/\text{m}^3}{1.342} \times \frac{0.585}{18 \text{ cm}} + 14.26 \frac{\text{m}^2/\text{m}^3}{1.342} \right\} \times R^2$$

$$= 0.0542 \{ 4.42 + 24.46 + 7.01 \} \times R^2 = R^2 \times 1.945 \frac{\text{m}^2/\text{m}^3}{18 \text{ cm}} \dots (3.1)$$

(3.1) 式の $1.945 \frac{\text{m}^2/\text{m}^3}{18 \text{ cm}}$ は Fig: 3.1b において θ_3, θ_5 を通る鉛直線間の面積に相当している。 $\theta_3 \sim \theta_4 \sim \theta_5$ になる区間全域について関数連続区間毎の定積分を Simpson 式で求め合計すると driving moment = $-0.1528 R^2 + 5.0834 R^2$ が得られる。まさつ抵抗 moment 粘着抵抗 moment 共に求められる。結果は (3.2) 式のとおりである

$$\text{すべり円の安全率} = \frac{1.6744 R^2 + 5.640 R^2}{-0.1528 R^2 + 5.0834 R^2} = \frac{7.3144 R^2}{4.9306 R^2} = 1.483 \dots (3.2)$$

(解) 2. すべり円の奥5における接線が水平と45°をなすオ2のすべり円を選定する (Fig: 3.2a), Fig: (3.2b) である

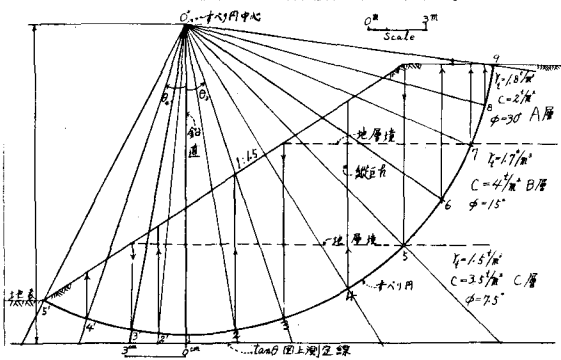


Fig: 3.2a

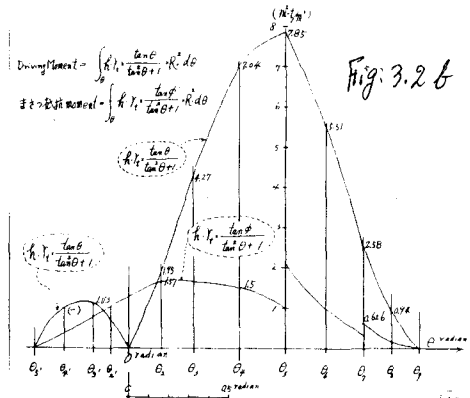


Fig: 3.2b

Driving moment 分布図の山頂高さをもうすこし大きくする様肩直下のすべり円の深さ即ち h を大にする様「オ」をえらんた。奥5におけるすべり円接線が45°になる様えらんたので自然に「オ」は下がるわけである。

$$\text{すべり円の安全率} = \frac{1.940 R^2 + 6.493 R^2}{-0.367 R^2 + 6.1407 R^2} = \frac{8.433 R^2}{5.774 R^2} = 1.46 \dots (3.3)$$

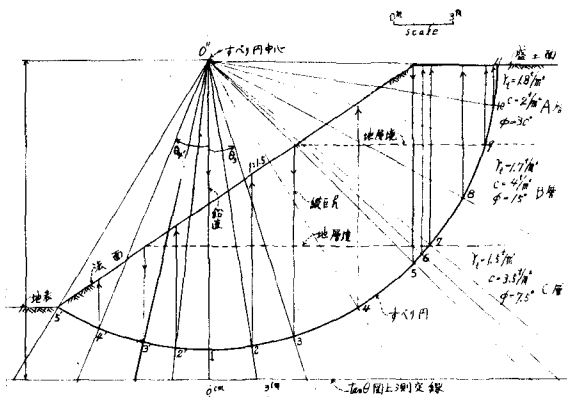


Fig: 3.3a

解3. すべり円の奥5における接線が水平と 45° をなす Fig. 3.36
 奥の円を選定してみる。0"は下がり且つ右に寄る 右の限度はこれ位の値である。

$$\text{すべり面の安全率} = \frac{2.119R^2 + 7.165R^2}{-0.6025R^2 + 6.898R^2} = \frac{9.285R^2}{6.296R^2} = 1.475 \text{ --- (33)}$$