

流れによる不規則波の屈折計算手法

京都大学工学部 正 酒井哲郎, O 東京都 正 小関仁彦
 京都大学工学部 正 岩垣雄一

1. まえがき 波の屈折現象は、港湾や海岸における構造物の設計上、重要な要因の1つであり、屈折図法をはじめとして種々の研究がなされてきた。一方、流れによる規則波の屈折計算手法については、Noda¹⁾, Skovgaard-Jonsson²⁾, 岩垣・酒井ら³⁾などにより開発されているが、不規則波の場合はまだない。また、水深変化のみによる不規則波の屈折計算手法は、Karlsson⁴⁾ および永井ら⁵⁾により開発された。本研究は、彼等と同様の手法に基づき、新たに“wave action”の概念を用いて、流れによる(同時に水深変化による屈折を含む)不規則波の屈折計算手法の開発を試みるものである。

2. 流れによる不規則波の屈折の数値計算モデル (1) エネルギー平衡式 Phillips⁶⁾ は、wave action の保存式と, Longuet-Higgins・Stewart⁷⁾ の与えたラディエーション応力を含んだ流れの中での波のエネルギー平衡式とが等価であることを示した。wave action の式は、ラディエーション応力を含んだ式よりも形がはるかに簡単である。また、Karlsson⁴⁾ の水深変化のみによる屈折のエネルギー平衡式と、wave action の保存式が相似であることに着目し、流れによる不規則波の屈折の場合のエネルギー平衡式を(1)式で与える。ここで、A: $\frac{\partial A}{\partial t} + \nabla \cdot (A \mathbf{v}) = 0$ (1) 不規則波を構成する各成分の wave action ($\equiv E/w_r$), E: 各成分のエネルギー密度, w_r : 各成分の相対角周波数(流れとともに動いている観測者により測定された角周波数), $\mathbf{v}$ は速度ベクトルで、次式で与える。

$$\mathbf{v} = \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_g \cos \theta + U \\ C_g \sin \theta + V \\ \left(-\frac{\partial U}{\partial y} \cos \theta + \frac{\partial U}{\partial x} \sin \theta \right) \cos \theta \\ + \left(-\frac{\partial V}{\partial y} \cos \theta + \frac{\partial V}{\partial x} \sin \theta \right) \sin \theta \\ + \left(-\frac{\partial C_g}{\partial y} \cos \theta + \frac{\partial C_g}{\partial x} \sin \theta \right) \\ + \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \cos \theta + \frac{\partial \theta}{\partial y} \sin \theta \right) (C_g - C) \end{Bmatrix} \quad (2)$$

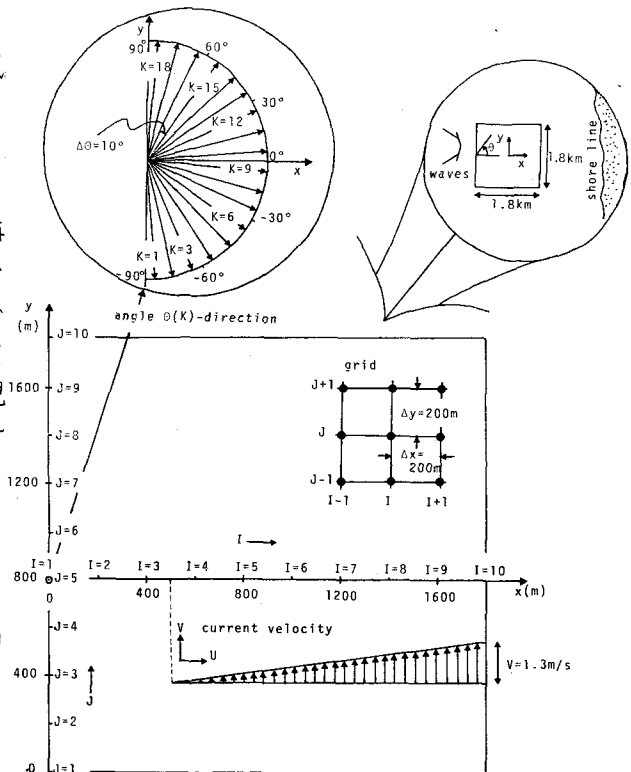


図-1 座標系および計算領域

Sakai Tetsuo, Koseki Masahiko, Iwagaki Yuichi

ここで、座標系は図-1 のようであり、 C_{gr} : 相対群速度 (流れとともに運動する座標系から見た群速度)、 C_r : 相対波速、 U, V : 流速の x 方向、 y 方向成分、である。 U_0 については、波数非回転の式から、(2) 式で与えられる流速と相対群速度のベクトル和の速度で移動する場合の波向 θ の変化速度として与えられる。なお、wave action の保存式自体は $U_0 \cdot \partial/\partial \theta$ の項は含んでいない。(2) 式でこの項を含めているのは、屈折による方向スペクトル分布の変化を、エネルギー輸送による変化と同時に計算するためである。(1) 式では、不規則波を構成している各成分波は独立して流れと干渉すると仮定している。定常状態を仮定すると、(1) 式の第 1 項は消去される。(2) 式を差分法により解くが、差分化は永井ら⁵⁾ にしたがって行なった。差分化のための格子と座標の定義を図-2 に示す。ここで、添字 i, j, k は、それぞれ x, y, θ を図-1 に示すように分割した場合の分割位置を表わす。 A は $\star$ 点での wave action、 v_x, v_y は、それぞれ、矢印の位置での速度ベクトル要素を示す。

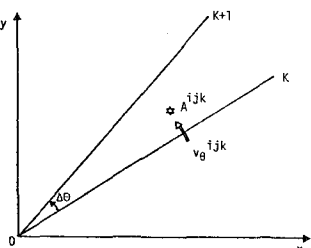
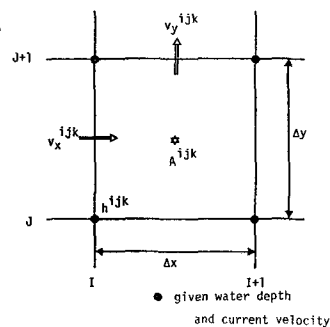


図-2 差分化のための格子と座標の定義

差分式を計算するにあたっては、 A^{ijk} に沖波の wave action を与え、 x 方向 (岸方向) に計算を前進させるものとし、 $\theta < -90^\circ$ あるいは $\theta > 90^\circ$ (図-1 参照) の方向成分をもつ波、すなわち沖に向かうエネルギー、は無視するという仮定にした。 (2) 式を差分化すると $\partial A / \partial t = 0$ 、一般に、(3) 式を得る。 $a_1 \sim a_5$ と b は係数

$$a_1 A^{i+k, j, k} + a_2 A^{i, j-k, k} + a_3 A^{i, j+k, k} + a_4 A^{i, j, k-1} + a_5 A^{i, j, k+1} = b A^{i, j, k} = B \quad (3)$$

である。(3) 式は、 $j = 1 \sim N, k = 1 \sim L$ とする

と $N \cdot L$ 個存在し、それぞれ $A^{i, j, k}$ の項、すなわち、右辺を既知として $N \cdot L$ 元の連立方程式を解くことにより、 i 列目の wave action を得ることが出来る。以上の議論は、“成分波の絶対周期は一定である” という仮定にしたがって、すべての波の周波数を固定しており、分割されたすべての周波数について、以上のことを考えればよい。

(2) 計算領域、与条件および計算手順 計算領域は、図-1 に示すように、岸・沖方向に x 軸、汀線方向に y 軸をとり、 x 軸より反時計方向に θ をとった 1.8 km 四方の正方形領域を考える。領域は、 x 方向に I 、 y 方向に J と表示される格子で分割され、その間隔は、 200 m とした。格子間隔 100 m の場合についても検討したが、両者の差は波高で比較して 1% 以下であった。ここでのモデルは、水深変化、あるいは流れによる屈折の両者について計算可能であるが、簡単のため、図-1 に示す流速分布の流れによる屈折の計算を行なう。水深は一様水深 50 m とした。沖波としては、光易型方向スペクトルを与えている。成分波の方向は K で表示され、 $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ の範囲を 18 等分する。等分された各波向の中心角度は、それぞれ、 $-85^\circ, -75^\circ, \dots, -5^\circ, 5^\circ, \dots, 75^\circ, 85^\circ$ である。図-1 の波向の各矢印は、これらの中心角度を示している。周波数については、方向スペクトルの値が $10^{-4} (\text{m}^2 \cdot \text{sec})$ 以上の $f = 0.0875 \sim 0.7133 (\text{Hz})$ の間を 19 分割する。この周波数範囲は、有義周

期7.0秒、有義波高3.0 mとしたことによる。分割の仕方は、対数紙上で等分割、すなわち、 $\log(f(L+1)) - \log(f(L)) = 0.048$ として行なう。Lは周波数の分割を表わす。I=1で与えられる条件としては、有義周期、有義波高は上述したとおりで、方向関数の集中度を表わすパラメータの最大値は10とした。境界条件については、本研究の手法がX方向の前進型計算であるので、海岸方向で計算を打ち切るので、海岸沿いの境界条件は与える必要はないが、X軸に平行な側方境界条件をどう与えるか問題となる。ここでは、“領域の内外で同一の wave action を有する”という条件を用いた。式で表わすと、(4)式となる。 $A^{i0k} = A^{i1k}$, $A^{iMk} = A^{i0k}$ (4) である。ただし、 $i = 1, 2, \dots, M$ (Mは計算の完結点), $k = 1 \sim 16$ である。また、方向角に関する境界条件は、“沖方向に向かうエネルギーは無視する”の仮定より、(5)式とした。つぎに、計算手順で $A^{i0} = A^{i1} = 0$ (5) あるが、相対波速、相対群速度、相対角周波数などを計算したのち、(2)式により速度ベクトル要素をもとめ、連立方程式を解いて結果を得ることになる。この計算は、分割された周波数ごとになされ、すべてが終わると、X方向にIを1つ増加して計算をくり返す。この計算には特別の注意が必要である。つまり、(2)の式の中に $\partial\theta/\partial x$, $\partial\theta/\partial y$ の項が含まれる。波向 θ の空間分布は計算して求められるもので、あらかじめ与えられない。この問題は、規則波の場合でも生じ、すでに酒井ら⁸⁾が数値計算上で近似的に解決する方法を示している。ここでもその方法にならって、図-3の A^{ijk} の定義点から、規則波の場合の波向の変化の計算式(岩垣ら³⁾)を用いて Δt 時間後の θ の変化 $\Delta\theta$ をもとめ、 $\Delta\theta$ から $\partial\theta/\partial x$, $\partial\theta/\partial y$ を近似的に与えた。また、 $\partial C_r/\partial x$, $\partial C_r/\partial y$ の項は、図-3に示す A^{ijk} を囲む格子点上で、上述の $\partial\theta/\partial x$, $\partial\theta/\partial y$ の値を考慮して C_r を計算してもとめた。

3. 計算結果と考察 図-4は、流れによる方向スペクトルの変化例である。上図が、沖側境界(図-1のI=1)での方向スペクトルで、卓越波向が -60° の光易型方向スペクトルである。諸条件は図の右肩に記す。流れは、方向角(θ)の負側から正側の向きである。方向スペクトルのうち一部の成分が沖側に向うことによる補正は、“有効浅海進入係数”(永井⁹⁾)を用いて行なった。図-1のX=1700 m地点では、方向スペクトルは、図-4の下図のように変化する。ここでは、現象が女方向に変化しないから、女座標による結果の相違はない。図より、方向スペクトルのピークは、方向角 -60° から -55° に移動し、エネルギーが増大している。これは、屈折によりエネルギーが方向角の正の側へ移動する効果と、方向角の負側($\theta < 0^\circ$)での波と流れの対向による波高の増大の効果によると考えられる。また、波向の正側($\theta > 0^\circ$)では、屈折によってエネルギーが方向角の正方向に移動する効果と、流れにより波長が伸ばされて波高が減少する効果がある。これらの効果の総合として、方向スペクトルの変化が起こると考えられる。図-5、図-6は、有義波高の変化図で、規則波の計算結果(岩垣ら³⁾)による)と比較したものである。有義波高は、周波数・波向スペクトルの

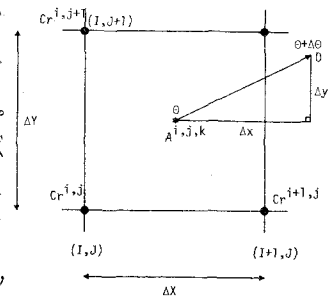


図-3 $\partial\theta/\partial x$, $\partial\theta/\partial y$ の計算のための経路

体積から計算した。規則波としての計算では、沖側境界下の有義波高、有義周期および代表波向を用いた。図-5は、初期卓越波向が 30° の場合である。波のエネルギーが方向角の正側に多く分布している場合で、前に述べた効果のうち、流れにより波長が伸ばされて波高が減少する効果により有義波高が減少していると考えられる。規則波と同様の傾向があるが、不規則波の場合には、成分波の重ね合わせにより、効果が顕著に表われている。ここで、初期有義波高が、 3.0 m よりもわずかに小さいのは、 $10^{-4}(\text{m}^2 \cdot \text{sec})$ 以下のスペクトルを無視したためと、計算誤差のためである。図-6は、初期卓越波向が -30° の場合、すなわち、波のエネルギーが方向角の負側に多く分布している場合である。流速が小さいときはわずかに有義波高が減少し、流速が大きくなるにしたがって有義波高が増大していく。これは、流速が小さいうちは屈折により波高を減少させる効果が働き、流速が大きくなると、流れと対向する成分の波の波高の増大の効果が卓越するためと考えられる。ここでも、不規則波の方が規則波に比べ、変化が顕著であることがわかる。

4. 参考文献 1) Noda, E.K. et al: Tetra Tech. Rep. TC-P-72-149-4, 1974. 2) Skovgaard, O. and Jonsson, I.G.: Proc. of 15th ICCE, 1976. 3) Iwagaki Y., Sakai T., Tsuda T. and Oka Y.: Bull. Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., Vol. 27, 1977. 4) Karlsson, T.: A.S.C.E., WW4, 1969. 5) 永井ら: 第21回海講, 1974. 6) Phillips, O. M.: The dynamics of the upper ocean, 2nd ed., p. 23, 1977. 7) Longuet-Higgins, M.S. and Stewart, R.W.: J.F.M., Vol. 10, 1961. 8) 酒井ら: 第33回年講Ⅱ, 1978. 9) 永井: 港研報告, Vol. 11, No. 2, 1972.

この研究は、文部省科学研究費（自然災害

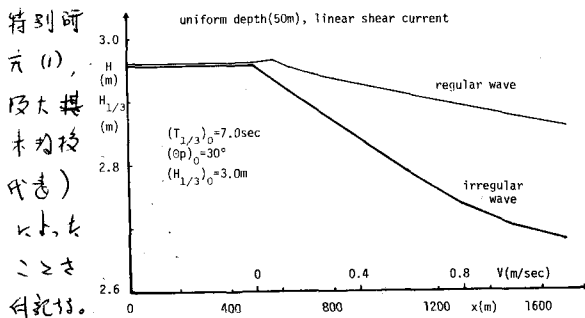


図-5 有義波高の変化例 (その1)

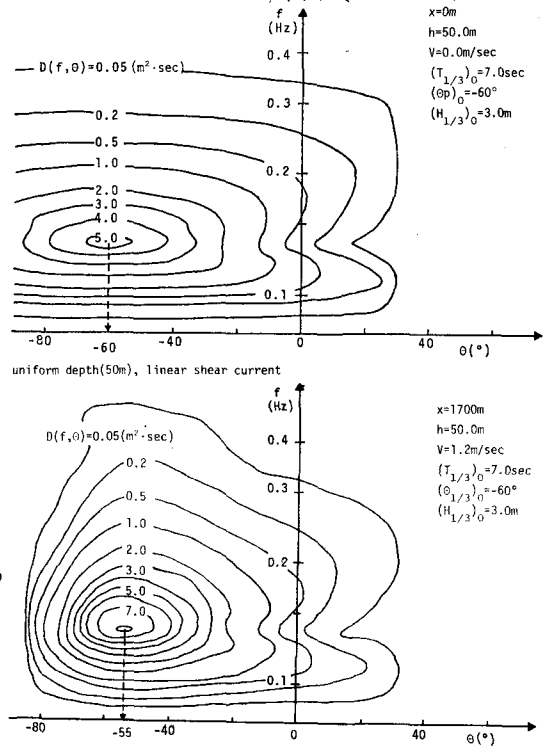


図-4 流れによる方向スペクトルの変化例

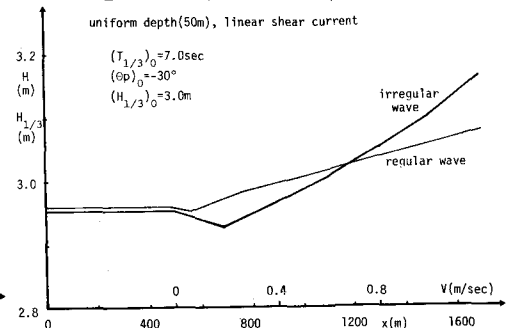


図-6 有義波高の変化例 (その2)