

有色ノイズをもつ数理モデルによる流出予測

京都大学工学部	正 員	高 棹	琢馬
京都大学工学部	正 員	椎 葉	充晴
京都大学工学部	正 員	○ 宝	馨
京都大学大学院	学生員	杉 岡	篤
飛 島 建 設	正 員	三 輪	滋

1. はじめに

洪水流出の予測においては、時々刻々得られる情報を最大限に利用し、予測値のみならずその精度までをも明らかにするような実時間予測が最適な予測方式である、と筆者らは考えている。そのような予測方式を確立するため、流出システムを確率論的な状態空間モデルで表現し、フィルタリング理論を応用して流出予測計算を行ってきた。そのとき、モデルに含まれる攪乱項が必ずしも白色であるとは仮定しえないことを指摘した¹⁾。

したがって、攪乱項が白色でない（すなわち、系列相関をもつ）場合を考察する。ここでは、(1) 式のような移動平均 (Moving Average, MA) 型の攪乱項を対象とする。

$$w_{R+i} = e_{R+i} + C_1 e_{R+i-1} + C_2 e_{R+i-2} + \cdots + C_m e_{R+i-m}, \quad e_i \text{ は平均値 } 0 \text{ の正規白色ノイズ} \quad (1)$$

時系列 $\{y_j\}$, $j=1, 2, \dots$ は明らかに系列相関をもつ有色ノイズである。

本研究では、有色ノイズをもつ状態空間モデルを扱う前の段階として、いわゆる統計的な数理モデルを用いて、ノイズの有色性を考慮した流出予測を検討する。

2. 有色ノイズをもつ数理モデルとその同定

i 時間ステップ先の流量と、現時点 R までの降雨・流量との関係式として、

$$g_{R+i} = f(R^R, Q^R) + w_{R+i} \quad (2)$$

を考える。ここに、 R^R, Q^R はそれぞれ現時点 R までの降雨 r_j , 流量 g_j ($j=0, 1, \dots, R$) の時系列で、 f は一般には非線形のそれらの関数。 g_{R+i} は時点 $R+i$ の流量、 w_{R+i} は (1) の形式の MA (m) 型ノイズである。

次のような2つの異なるタイプのモデルを取扱う。

(i) ARMAX (i (l, m, n)) モデル —— 線形

$$g_{R+i} = a_1 g_R + \cdots + a_l g_{R-l+1} + b_1 r_R + \cdots + b_n r_{R-n+1} + e_{R+i} + C_1 e_{R+i-1} + \cdots + C_m e_{R+i-m} \quad (3)$$

(ii) GMDHMA (i (m)) モデル —— 非線形

$$g_{R+i} = f(R^R, Q^R) + e_{R+i} + C_1 e_{R+i-1} + \cdots + C_m e_{R+i-m} \quad (4)$$

定係数 $a_1, \dots, a_l, b_1, \dots, b_n, C_1, \dots, C_m$ は、Davidon のアルゴリズムを用いた最尤法²⁾によって、(4) 式中の f については、修正 GMDH³⁾ によって、それぞれ同定する。

モデル同定の良否の判定基準として、ノイズ e_j の白色性のチェックおよび AIC (赤池の情報量基準) によるチェックを行う。

3. 実データを用いた検討

神流川流域 (373.6 km^2) の時流量データによって、同定・予測計算を行った。

Takuma TAKASAO, Michiharu SHIIBA, Kaoru TAKARA, Atsushi SUGIOKA, Shigeru MIWA

ARMAX モデルの次数は、簡単のため $l=m=n$ とした。1時間先の流量の予測モデル ARMAX(1,1,1), ..., ARMAX(10,10,10) のうち、ARMAX(3,3,3) が最良モデルであった。

Fig. 1. は再現誤差 ($=e_{t+1}$) のコレログラムであり、ほぼ白色の系列とみなしてよいであろう。Fig. 2. は1時間先の予測ハイドログラフ、Fig. 3. は予測誤差のコレログラムである。

GMDHMA モデルについても同様の解析を行った。最良モデルは GMDHMA(1) である。予測ハイドログラフの一例を Fig. 4. に示す。

これらの結果から、有色ノイズを持つ数理モデルによる1時間先の流量予測値は、良好な結果を得ていると考えられる。コレログラム解析によっても、モデル同定が満足できるものであることが裏づけられている。

4. 有色ノイズを持たないモデルとの比較

有色ノイズを持たないモデルとして、(3), (4) 式の係数 $C_1 = \dots = C_m = 0$ であるような ARX(l, n), GMDH やそれについて流量予測計算を行って ARMAX, GMDHMA と比較した。予測誤差の標準偏差は、線形モデルでは、1%, 非線形モデルでは6%, 有色ノイズをもつモデルの方が小さい。このことは、有色ノイズをもつモデルの有用性を示している。

5. おわりに

ARMAX(3,3,3) と GMDHMA(1) とでは、ARMAX(3,3,3) の方が、わずかに予測誤差が小さかったが、Fig. 2. や Fig. 4. を見ると、どちらも、この程度の予測ハイドログラフであれば、十分に実用的であるといえよう。また、最良予測モデルの判定基準としては、AIC は必ずしも適切なものではない、という結果を得た²⁾。2~3時間先の予測モデルについては講演時に述べることにする。

【参考文献】

- 1) 高橋・榎葉・衆京・室：流出系のフィルタリングと予測に関する基礎的研究，昭和55年関西支部年講
- 2) 高橋・榎葉・室：確率論的な流出予測に関する研究，京都大学防災研究所年報，昭和56年（投稿中）
- 3) Katayama, T.: Application of Maximum Likelihood Identification to a River Flow Prediction, IIAASA Workshop on Recent Developments in Real-Time Forecasting/Control of Water Resource Systems, 1976.
- 4) Ikeda, S., Ochiai, M., Sawaragi, Y.: Sequential GMDH Algorithm and Its Application on River Flow Prediction, IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics, vol. SMC-6, No. 7, p.p. 473-479, 1976.

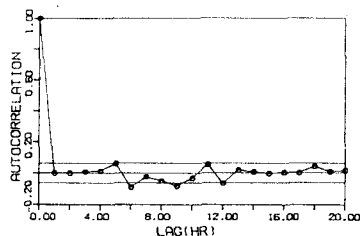


Fig. 1. Autocorrelation function of the reproduction error in ARMAX(3,3,3). 95% confidence level of whiteness is 0.06.

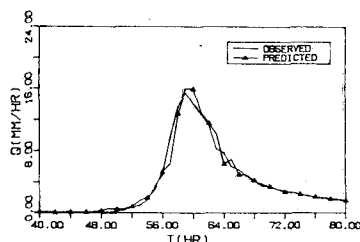


Fig. 2. One-hour ahead prediction of No. 11 flood by ARMAX(3,3,3)

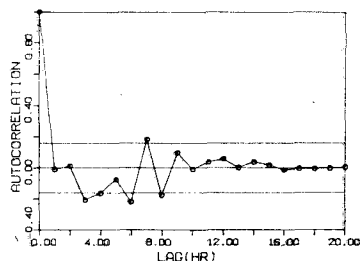


Fig. 3. Autocorrelation function of the prediction error of No. 11 flood by ARMAX(3,3,3). 95% confidence level of whiteness is 0.16.

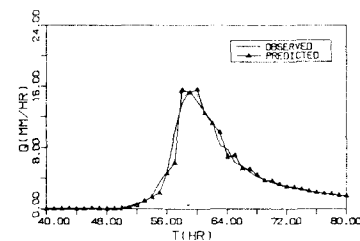


Fig. 4. One-hour ahead prediction of No. 31 flood by GMDHMA(1)