

流出系のエントロピー・モデルに関する2, 3の考察

京都大学工学部

正員 高神琢馬

京都大学防災研究所

正員 池淵周一

信州大学工学部

正員 奥川典昭

1. 緒言 本研究は長期流出現象が時間的・量的に不確定な運動機構であることに着目し、流出系に「エントロピー最大仮説」を置くことを利用して、さらに、その思想を発展させて、流出系に「獲得情報量最大仮説」を置くことにより、流出機構の内部構造にまで立ち入って、流出状態間の遷移構造を確率的に表現しようとするものである。

2. 貯留状態の遷移 時間上における有期降雨、流出量、流出系の内部状態(具体的には流域の貯留状態)を R_t, Q_t, S_t とすると、降雨・流出変換過程は(21)式のように表記される。(21)式の左の式は(22)式に示されるように、遷移式から評価することができ、右の式(21)式の右の式の状態遷移である。

$$Q_t = f(R_t, S_t), S_{t+1} = g(R_t, S_t) \quad \dots (21), \quad Q_t = S_t + R_t - S_{t+1} \quad \dots (22)$$

ここに、 $f(\cdot), g(\cdot)$: 任意函数。本研究では、この状態遷移を評価するため、流出系にエントロピー最大仮説、及び獲得情報量最大仮説を置くものである。

3. エントロピー最大仮説に基づく状態遷移確率法 長期流出系にエントロピー最大仮説を置くことは従来の研究からも明らかにされており、水文事象のエントロピー的解釈からも、そうすることが必要であろうと思われる。従って、(31)式で表示された単位特性値あたりのエントロピーを最大にする状態遷移を(32)式から(35)式の制約条件の下で求めると(36)式が得られ、この式に含まれる U_j は(37)式から評価される。

$$H' = \frac{-\sum_{i,j} P_i \cdot Q_{ij} \cdot P_{ij} \cdot \log P_{ij}}{\sum_{i,j} P_i \cdot Q_{ij} \cdot P_{ij} \cdot t_{ij}} \quad \dots (3.1), \quad \sum_i P_i \cdot Q_{ij} \cdot P_{ij} = P_j \quad \dots (3.2), \quad \sum_i P_i = 1 \text{ or } \sum_j P_j = 1 \quad \dots (3.3), \quad \sum_j Q_{ij} = 1 \quad \dots (3.4)$$

$$\sum_j P_{ij} = 1 \quad \dots (3.5), \quad P_{ij} = \frac{U_j \cdot \exp(-C \cdot t_{ij})}{\sum_j U_j \cdot \exp(-C \cdot t_{ij})} \quad \dots (3.6), \quad U_j \sum_i \left\{ \frac{P_i \cdot Q_{ij} \cdot \exp(-C \cdot t_{ij})}{\sum_j U_j \cdot \exp(-C \cdot t_{ij})} \right\} = P_j \quad \dots (3.7)$$

ここで、 $C = \max H'$, t_{ij} : 特性値, $P_i: S_t = i$ の状態確率, $Q_{ij}: R_t = j$ の降雨確率, $P_{ij}: S_{t+1} = j$ の条件の下で $S_t = i$ となる遷移確率。なお、式の1777シオンにおいて、 P_i, Q_{ij}, P_{ij} は未知変数としているが、具体的に P_{ij} を計算するときには、 P_i, Q_{ij} は P_{ij} よりも高い精度で資料より求められる既知量として与えることはする。このようにして、上記の問題の解くことが可能であるが、いくつかの問題点を有しているため、次に近似解法を提案する。これは(35)式を(38)式と(39)式で代用しようとするものであり、(312)式を満足する最大の正の実数 W を求め、これを(311)式に代入して P_i を評価すると近似解、遷移確率は(314)式より与えられる。

$$\sum_j P_i \cdot Q_{ij} \cdot P_{ij} = Q_{ij} \quad \dots (3.8), \quad \sum_j P_i \cdot Q_{ij} \cdot P_{ij} = P_i \quad \dots (3.9), \quad P_{ij} = \frac{B_j}{P_i} W^{-t_{ij}} \quad \dots (3.10)$$

$$\sum_j B_j (Q_0 W^{-t_{ij}} - S_{ij}) = 0 \quad \dots (3.11), \quad \left| \sum_j Q_0 W^{-t_{ij}} - S_{ij} \right| = 0 \quad \dots (3.12) \quad \therefore \therefore, \quad W = \log C$$

4. 獲得情報量最大仮説に基づく状態遷移確率法 獲得情報量 $I(x, y)$ は(4.1)式で与えられる。

$$I(x, y) = H(x) + H(y) - H(x, y) = H(x) - H_1(x) - H_2(y) - H_3(y) \quad \dots (4.1)$$

ここで、 $H(x)$, $H(y)$ はエントロピー、 $H_1(x)$, $H_2(y)$ は条件付エントロピー、 $H(x, y)$ は相互エントロピーである。貯留状態の遷移に関して、確率構造の定常化がはかられているとすると、単位特性値 Q_0 毎の獲得情報量 I は(4.2)式のように書かれる。流出系に獲得情報量最大仮説を置くことは妥当である¹⁾から、(3.2)式から(3.5)式を制約条件として、(4.2)式を最大にする遷移確率を求める(4.3)式となり、 W は(4.4)式から決定される。

$$I' = \frac{-\sum_j B_j \log B_j + \sum_j \{R_i \cdot Q_0 \cdot P_{ij}(W) \cdot \log P_{ij}(W)\}}{\sum_j R_i \cdot Q_0 \cdot P_{ij}(W) \cdot t_{ij}} \quad \dots (4.2), \quad P_{ij}(W) = \frac{W \cdot \exp(C \cdot t_{ij})}{\sum_j W \cdot \exp(C \cdot t_{ij})} \quad \dots (4.3), \quad W = \frac{\sum_j \{R_i \cdot Q_0 \cdot \exp(C \cdot t_{ij})\}}{\sum_j W \cdot \exp(C \cdot t_{ij})} - B_j \quad \dots (4.4)$$

ここで、 $C = \max I'$, t_{ij} : 特性値。前述と同じ理由で次に近似解を提案する。一つ目の近似解はすでに提案している¹⁾から、ここではさらに精度を高めるために、 S_3 と同じ制約条件を用いた二つ目の近似解を求める(4.5)式となる。この式に含まれる D_i は(4.4)式から、 W は(4.7)式の最大正の実根として決定される。

$$P_{ij}(W) = \frac{R_i \cdot \exp(C \cdot t_{ij})}{\sum_j R_j \cdot \exp(C \cdot t_{ij})} \quad \dots (4.5), \quad \sum_j B_j \{R_i \cdot Q_0 \cdot W^{t_{ij}} - S_{ij}\} = 0 \quad \dots (4.6), \quad \left| \sum_j R_i \cdot Q_0 \cdot W^{t_{ij}} - S_{ij} \right| = 0 \quad \dots (4.7)$$

5. 実流域への適用と考察 Fig. 1 は(2.2)式から、無降雨期間を取り出し、流量の自然逓減曲線と同様の方法により、

得た貯留量の自然逓減曲線の概略図である。この曲線を使って、特性値 t_{ij} を事前の貯留状態 i となる降雨が作用して j という貯留状態になったとき、 j という貯留状態に遷移するのに要する時間と定義する。次に t_{ij} は、この t_{ij} に反比例すると考えられるから $t_{ij} = 10/t_{ij0}$ を採用する。これらの特性値を使って、由良川流域荒倉地点で、 $P_{ij}(W)$ を評価したものが Table 1 である。この表で Case 1 は従来の研究に基いた $P_{ij}(W)$ ²⁾、Case 2 は S_3 、Case 3 の S_4 の近似解である。これらを比較すると、 E_i の小さいものは Case 3 の実測値とよく説明し、Case 2 はそれに続くものであることがわかる。

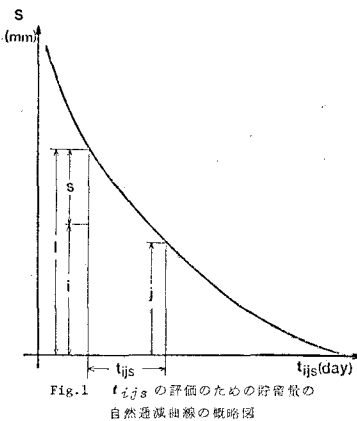


Fig. 1 t_{ij} の評価のための貯留量の自然逓減曲線の概略図

Table 1 遷移確率の理論値と実測値 ($R_i = E_i$)

第1段: Case 1, 第2段: Case 2, 第3段: Case 3, 第4段: 実測値

R_i	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8	E_9	E_{10}	Data No.
R_1	1.000										21
R_2	1.000										8
R_3	1.000										4
R_4	1.000										1
R_5	0.014	0.205	0.780								1
R_6	0.031	0.224	0.745								1
R_7	0.002	0.031	0.968								0
R_8	0.001	0.001	0.014	0.205	0.779						0
R_9	0.008	0.008	0.040	0.212	0.739						0
R_{10}	0.005	0.072	0.345	0.577							0

6. 結 語 本所見により、流出系にエントロピー最大仮説を置く得ることを再認識しながら獲得情報量最大仮説を置く得ることを明らかにされた。これらの仮説を受け、より精度の高い長系列流出モデルが作成される。

参考文献 1) 高橋 誠一: 長期流出のエントロピーモデル, 初稿年講, 2) 高橋 誠一: 不確実現象のエントロピー的解釈, 工学誌, 1978.5