

乱れの統計量に及ぼすburstingの影響に関する一考察

大阪大学工学部 正 員 室田 明
大阪大学大学院 学生員 ○福原 輝幸

1. 緒 論 本研究では、パターン認識法による知見¹⁾および実際の時系列特性に基づいて、流下方向変動流速 u の時間微分 du/dt の単純な時系列モデルを作成し、実測とモデルから得られた du/dt の歪度を比較するとともに、歪度の符号の持つ意味を考察する。

2. du/dt の歪度および尖度 図-1はレイノルズ数3000～20000の範囲で、 $y^+ (= yU_\tau/\nu)$, y : 路床から鉛直に高さの距離が70以下における $du/dt \equiv \dot{u}$ の歪度 $S(\dot{u})$ と尖度 $F(\dot{u})$ を示したものである。特に、 $S(\dot{u})$ がレイノルズ数に無関係に正の値(0.2～0.6)をとることは、興味深い。

3. u および du/dt の実際の時系列 図-2は計測された u および $\dot{u}$ の時系列を示す。図中の矢印で示すように、低速部($u < 0$)から高速部($u > 0$)へ向う急激な加速過程での $\dot{u}$ の値は、その後にくる減速過程での $\dot{u}$ の絶対値に比べて大きいことがわかる。このように、 $\dot{u}$ の時系列には間欠的に大きな正のピークを持つような特徴のあることが判る。

4. u および du/dt の時系列モデル 3.で述べた u および $\dot{u}$ の時系列の特性を考慮して作成した両時系の単純なモデルが図-3である。図中、 t_0 , a_1 は加速過程に占める時間および $\dot{u}$ の値を示しており、 t_2 は減速過程における $\dot{u}$ の値を示しており、 t_1 , t_2 は a_2 の正および負の部分の占める時間とそれぞれ表わす。〈 t_0 の推定〉 図-2より t_0 は高周波変動の周期と同程度の時間規模とみなしてもよさそうであるから、以下のように $t_0 \approx t_0 U_0/H$, U_0 : 主流速, H : 水深)の推定を行なう。burstingは乱れの発生に関与することから、代表的な乱れの規模 S_b としては平均渦径 L が、一方乱れの逸散に寄与するような高周波変動の代表的規模 S_h としては最小渦径 λ が採用されよう。 $S_b \sim L$, $S_h \sim \lambda$

大規模乱れおよびそれに重畳するような小規模乱れが、ともに凍結乱流の定理を満足するならば、 t_0 のオーダ $\sim \mathbf{0}(t_0)$ とbursting周期 t_b のオーダ $\sim \mathbf{0}(t_b)$ の間には、 $\mathbf{0}(t_0) \sim \lambda/L \cdot \mathbf{0}(t_b) \dots (1)$ が成立すると推定できる。開水路乱流では $\lambda/L \approx 0.1$ および $\mathbf{0}(t_b) \approx 1$ となることから^{2), 2)}, (1)式より $\mathbf{0}(t_0) \sim 0.1 \cdot \mathbf{0}(1) = 0.1$ 程度となる。

Akira Murota, Teruyuki Fukuhara

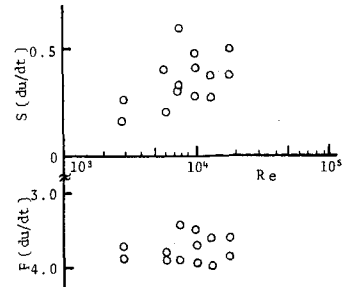


図-1 歪度および尖度

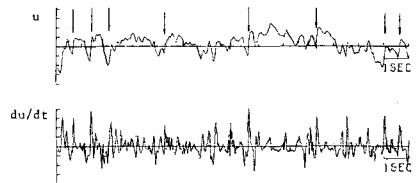


図-2 u および du/dt の時系列

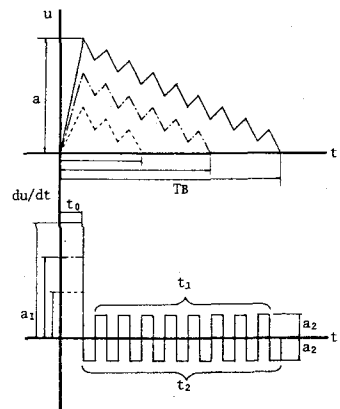


図-3 時系列モデル

〈計算手順〉 計算を実行するにあたって、以下の仮定を置く。(仮定.1) 等流状態では $\bar{u}$ の平均値 $\bar{u} = 0$ であるから、簡単のために各周期内での一次モーメント $\bar{u}^1$ はゼロとする。(仮定.2) a_2 の正と負の絶対値は等しい。(仮定.3) t_0 は t_b に無関係に一定である。なお、以下の式において T_0 と H による無次元時間を表わす記号 τ は省略する。上述の仮定に基づき次式が得られる。 $\bar{u}^1 = (a_1 t_0 + a_2 t_1 - a_2 t_2) / t_b = 0 \cdots (2)$, $t_b = t_0 + t_1 + t_2 \cdots (3)$, (2), (3) 式より、 t_1 および t_2 は $t_1 = \{t_b - t_0(1 + a_1/a_2)\} / 2$, $t_2 = \{t_b - t_0(1 - a_1/a_2)\} / 2 \cdots (4)$ となる。

また、 $\bar{u}$ の二次、三次および四次モーメントはそれぞれ、 $\bar{u}^2 = \{a_1^2 t_0 + a_2^2 (t_1 + t_2)\} / t_b$, $\bar{u}^3 = \{a_1^3 t_0 + a_2^3 (t_1 - t_2)\} / t_b$, $\bar{u}^4 = \{a_1^4 t_0 + a_2^4 (t_1 + t_2)\} / t_b \cdots (5)$ となる。

さらに、乱れの時間規模と変動の大きさの間には正の相関関係があり、かつ bursting の影響が時間規模の大きな変動に現れやすいという既往の成果を¹⁾ 本モデルに考慮する。

u の振幅 a と t_b の関係は、 $a = A[1 - \exp(-\alpha t_b)] \cdots (6)$ となることから¹⁾、(仮定.3) より a_1 と t_b の間にも、 $a_1 = a_0[1 - \exp(-\alpha t_b)] \cdots (7)$ が成立するものとする。ここに、 $\alpha = 1.2 \sim 1.7$, A および a_0 は t_b が無限大における u の振幅および a_1 の値である。また、 a_2 の推定にあたっては、逆に短周期の変動が不規則信号に近い性質を有していることより¹⁾、短周期 $t_s (= t_b \leq 0.3)$ の変動では $S(u) \approx 0$ すなわち $a_1 \approx a_2$ が仮定されよう。従って、 $t_b = t_s$ としてこれを(7)式に代入すれば、 $C \equiv a_2/a_0$ は求まる。本モデルでも t_b の確率密度分布 $P(t_b)$ は対数正規分布に従うものとして、 $P(t_b) = \exp[-(\ln t_b - \bar{t}_b)^2 / 2\sigma_b^2] / \sqrt{2\pi}\sigma_b t_b \cdots (8)$ とする。ここに、 σ_b , $\bar{t}_b$ は実測²⁾ の値、 $\bar{t}_b = 2.005$, $\sigma_b = 0.85$ を用いる。(7) 式を(5)式に代入し、(8)式を考慮すれば、 $\bar{u}$ の高次 (i 次) モーメントの期待値 $\bar{u}^i$ は次式により得られる。

$\bar{u}^i = \int_{t_c}^{\infty} \bar{u}^i P(t_b) dt_b / \int_{t_c}^{\infty} P(t_b) dt_b \cdots (9)$ 実際、 $t_b = 0$ は存在しないから、周期の下限値 t_c は $t_c = 2t_0$ とする。以上、(9) 式より $\bar{u}$ の歪度 $S(\bar{u})$, 尖度 $F(\bar{u})$ はそれぞれ $S(\bar{u}) \equiv \bar{u}^3 / (\bar{u}^2)^{3/2}$, $F(\bar{u}) \equiv \bar{u}^4 / (\bar{u}^2)^2 \cdots (10)$ で求められる。

5. 結果および考察 計算結果は図-4に示される。参考文献 [1] より t_s は $t_s \approx 0.2 \sim 0.3$ ($C \approx 0.3 \sim 0.4$) が推定されるが、 a_2 の確率密度分布が考慮されていないために、尖度は実測値に比べて小さくなると考えられる。他方、歪度に関しては、実測値に比べて計算値は若干大きくなる傾向にある。

ただ本モデルは u の確率密度分布を考慮した展開にまで到っており、 $\bar{u}$ の高次モーメントの正確な予測までは不可能であるが、歪度の符号が持つ物理的な意味を考える上では、意義深い。

今後はより洗練された時系列モデルの作成を試みるが、その際、基本的に考慮する事項として、乱れの時間規模と変動の大きさの関係および加速過程における du/dt の絶対値が減速過程でのそれらに比べて大きいといった時性のあることを強調しておく。以上、本研究により、単なる長時間平均操作により得られる乱れの統計量に対しても、bursting の反ばり影響の大きいことが示唆される。〈参考文献〉 1) 室田・福原・小田：水石水脈論叢刊, 1981 2) 佐藤勝：大阪大学特別研究, 1981

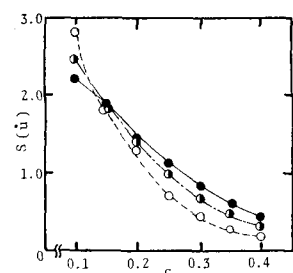
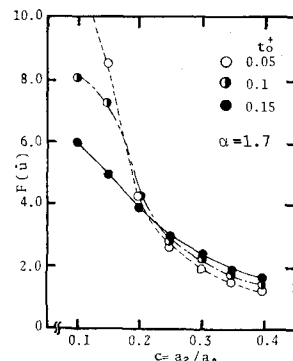


図-4 歪度および尖度