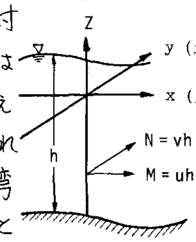
放流水を受ける河川の流れの数値解析

京都大学工学部　正員　岩佐義朗，正員　井上和也，正員○多田彰秀
京都大学大学院　学生員　植村典央，電信電話公社　正員　前田　穰

1.はじめに：本報は，放流水などを受ける河川の流れの比較的局所的な変化を，数値解析によって求めることを目的としたもので，具体的な対象として瀬田川洗堰(以後単に洗堰とよぶ)およびこれを迂回するバイパス放水路を考え，これらから放流が行なわれた場合の洗堰より下流の瀬田川の流況を解析した結果である。このような流れを対象とする場合，一方向の変化のみを扱う一次元解析法では不十分なことはいうまでもなく，また最終的には三次元的な解析を必要とする課題(たとえば局所洗掘の問題など)も含まれているが，本報ではこれを平面二次元流れとして扱うことにし，放流水の周辺に及ぼす影響や偏流の発生あるいは弯曲部における対岸への影響などを検討するための基礎的資料を求めることにする。



図－1

2.基礎式：平面二次元流れの基礎式は，次式によって構成される。

連続式：
$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \qquad (1)$$

運動方程式：
$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=F_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\right) \qquad (2)$$
$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}=F_y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_y}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}\right) \qquad (3)$$
$$\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}=F_z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}\right) \qquad (4)$$

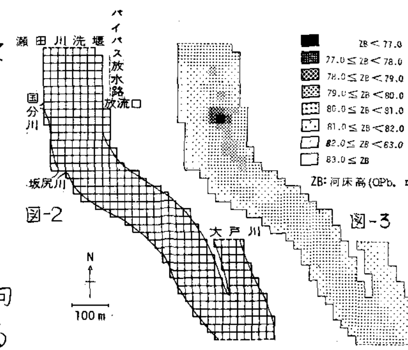
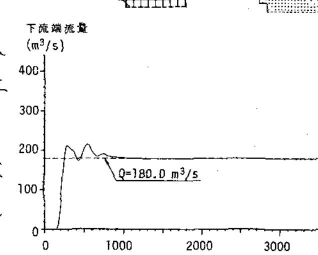


図-2　図-3

ただし，x－y平面は水平な基礎面上にとり，x軸を東向き，y軸を北向きにとる。z軸は鉛直上向きを正とする(図-1参照)。いま，(4)式において鉛直方向の加速度が重力のそれと比較し十分小さいものとすれば，$p=\rho g(H-z)$，つまり静水圧分布が得られる。ここでHは，考えている点の水位である。

3.現象のモデル化：(1),(2)および(3)式を水理量がほぼ一様とみなせる平面的にも有限な大きさを有するControl volumeについて積分し，ここでの数学モデルの基礎式として次式が得られる。[1)]



図－4

(1)式より，$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{1}{\Delta x}M\Big|_{x_i}^{x_{i+1}}+\frac{1}{\Delta y}N\Big|_{y_i}^{y_{i+1}}=0$　(5)

(2)式より，$\frac{\partial M}{\partial t}+\frac{1}{\Delta x}uM\Big|_{x_i}^{x_{i+1}}+\frac{1}{\Delta y}UM\Big|_{y_i}^{y_{i+1}}=-gh\frac{\partial H}{\partial x}-\frac{\tau_{xb}}{\rho}$　(6)，(3)式より，$\frac{\partial N}{\partial t}+\frac{1}{\Delta x}uN\Big|_{x_i}^{x_{i+1}}+\frac{1}{\Delta y}UN\Big|_{y_i}^{y_{i+1}}=-gh\frac{\partial H}{\partial y}-\frac{\tau_{yb}}{\rho}$　(7)

ただし，$h=H-Z_b$で，HおよびZ_bは考えているControl volumeの平均水位と平均河床高である。また，Z_bは時間的に変化しないとする。τ_{xb}およびτ_{yb}は底面に作用するxおよびy方向のせん断応力で，ここではManningの抵抗則を適用するものとする。(5)，(6)および(7)式の差分化にはmulti-levelのstaggard-schemeを用い，とくに非線形項の差分については上流差分を適用した。その結果，次式のように差分化される。

YOSHIAKI IWASA; KAZUYA INOUE; AKIHIDE TADA; NORIO UEMURA; MINORU MAEDA

4.計算対象領域：本計算で対象とする領域は，図-2で示されるように洗堰を上流端に，瀬田川および大戸川の合流点直下流を下流端としており，一辺20mの格子に分割して右記の差分式を適用する。

(5)式より；

$$\frac{h^{n+3}_{i+\frac12,j+\frac12}-h^{n+1}_{i+\frac12,j+\frac12}}{2\Delta t}+\frac{M^{n+2}_{i+1,j+\frac12}-M^{n+2}_{i,j+\frac12}}{\Delta x}+\frac{N^{n+2}_{i+\frac12,j+1}-N^{n+2}_{i+\frac12,j}}{\Delta y}=0 \quad (8)$$

(6)式より；

$$\frac{M^{n+2}_{i,j+\frac12}-M^{n}_{i,j+\frac12}}{2\Delta t}+\frac{1}{\Delta x}\left\{\frac{(M^{n}_{i+a,j+\frac12})^2}{h^{n+1}_{i+\frac12,j+\frac12}}-\frac{(M^{n}_{i-1+a,j+\frac12})^2}{h^{n+1}_{i-\frac12,j+\frac12}}\right\}+\frac{1}{\Delta y}\left\{\frac{2M^{n}_{i,j+\frac12+b}(N^{n}_{i+\frac12,j+1}+N^{n}_{i-\frac12,j+1})}{(h^{n+1}_{i+\frac12,j+\frac12}+h^{n+1}_{i+\frac12,j+\frac32}+h^{n+1}_{i-\frac12,j+\frac32}+h^{n+1}_{i-\frac12,j+\frac12})}-\frac{2M^{n}_{i,j-\frac12+b}(N^{n}_{i+\frac12,j}+N^{n}_{i-\frac12,j})}{(h^{n+1}_{i+\frac12,j+\frac12}+h^{n+1}_{i+\frac12,j-\frac12}+h^{n+1}_{i-\frac12,j-\frac12}+h^{n+1}_{i-\frac12,j+\frac12})}\right\}$$

$$=-g\frac{(h^{n+1}_{i+\frac12,j+\frac12}+h^{n+1}_{i-\frac12,j+\frac12})(H^{n+1}_{i+\frac12,j+\frac12}-H^{n+1}_{i-\frac12,j+\frac12})}{2\Delta x}-gn^2\frac{\overline{u}_{i,j+\frac12}\sqrt{(u^{n}_{i,j+\frac12})^2+(v^{n}_{i,j+\frac12})^2}}{\{(h^{n+1}_{i+\frac12,j+\frac12}+h^{n+1}_{i-\frac12,j+\frac12})/2\}^{\frac43}} \quad (9)\quad ,\quad \overline{u}_{i,j+\frac12}=\frac{(M^{n+2}_{i,j+\frac12}+M^{n}_{i,j+\frac12})}{(h^{n+1}_{i+\frac12,j+\frac12}+h^{n+1}_{i-\frac12,j+\frac12})}$$

(7)式より；

$$\frac{N^{n+2}_{i+\frac12,j}-N^{n}_{i+\frac12,j}}{2\Delta t}+\frac{1}{\Delta x}\left\{\frac{2N^{n}_{i+\frac12+d,j}(M^{n}_{i+1,j+\frac12}+M^{n}_{i+1,j-\frac12})}{(h^{n+1}_{i+\frac12,j+\frac12}+h^{n+1}_{i+\frac12,j-\frac12}+h^{n+1}_{i+\frac32,j-\frac12}+h^{n+1}_{i+\frac32,j+\frac12})}-\frac{2N^{n}_{i-\frac12+d,j}(M^{n}_{i,j+\frac12}+M^{n}_{i,j-\frac12})}{(h^{n+1}_{i+\frac12,j+\frac12}+h^{n+1}_{i+\frac12,j-\frac12}+h^{n+1}_{i-\frac12,j+\frac12}+h^{n+1}_{i-\frac12,j-\frac12})}\right\}+\frac{1}{\Delta y}\left\{\frac{(N^{n}_{i+\frac12,j+c})^2}{h^{n+1}_{i+\frac12,j+\frac12}}-\frac{(N^{n}_{i+\frac12,j-1+c})^2}{h^{n+1}_{i+\frac12,j-\frac12}}\right\}$$

$$=-g\frac{(h^{n+1}_{i+\frac12,j+\frac12}+h^{n+1}_{i+\frac12,j-\frac12})(H^{n+1}_{i+\frac12,j+\frac12}-H^{n+1}_{i+\frac12,j-\frac12})}{2\Delta y}-gn^2\frac{\overline{v}_{i+\frac12,j}\sqrt{(u^{n}_{i+\frac12,j})^2+(v^{n}_{i+\frac12,j})^2}}{\{(h^{n+1}_{i+\frac12,j+\frac12}+h^{n+1}_{i+\frac12,j-\frac12})/2\}^{\frac43}} \quad (10)\quad ,\quad \overline{v}_{i+\frac12,j}=\frac{(N^{n+2}_{i+\frac12,j}+N^{n}_{i+\frac12,j})}{(h^{n+1}_{i+\frac12,j+\frac12}+h^{n+1}_{i+\frac12,j-\frac12})}$$

ここに，

$$u^{n}_{i,j+\frac12}=\frac{2M^{n}_{i,j+\frac12}}{(h^{n+1}_{i+\frac12,j+\frac12}+h^{n+1}_{i-\frac12,j+\frac12})},\quad v^{n}_{i,j+\frac12}=\frac{(N^{n}_{i+\frac12,j}+N^{n}_{i+\frac12,j+1}+N^{n}_{i-\frac12,j+1}+N^{n}_{i-\frac12,j})}{2(h^{n+1}_{i+\frac12,j+\frac12}+h^{n+1}_{i-\frac12,j+\frac12})},\quad u^{n}_{i+\frac12,j}=\frac{(M^{n}_{i,j+\frac12}+M^{n}_{i,j-\frac12}+M^{n}_{i+1,j+\frac12}+M^{n}_{i+1,j-\frac12})}{2(h^{n+1}_{i+\frac12,j+\frac12}+h^{n+1}_{i+\frac12,j-\frac12})},\quad v^{n}_{i+\frac12,j}=\frac{2N^{n}_{i+\frac12,j}}{(h^{n+1}_{i+\frac12,j+\frac12}+h^{n+1}_{i+\frac12,j-\frac12})}$$

添字a,b,cおよびdについては，それぞれ次のとおりである。

$$a=\begin{cases}0: M^{n}_{i,j+\frac12}>0\\ 1: M^{n}_{i,j+\frac12}<0\end{cases},\quad b=\begin{cases}0: \frac14(N^{n}_{i+\frac12,j}+N^{n}_{i+\frac12,j+1}+N^{n}_{i-\frac12,j+1}+N^{n}_{i-\frac12,j})>0\\ 1: \frac14(N^{n}_{i+\frac12,j}+N^{n}_{i+\frac12,j+1}+N^{n}_{i-\frac12,j+1}+N^{n}_{i-\frac12,j})<0\end{cases},\quad c=\begin{cases}0: N^{n}_{i+\frac12,j}>0\\ 1: N^{n}_{i+\frac12,j}<0\end{cases},\quad d=\begin{cases}0: \frac14(M^{n}_{i,j+\frac12}+M^{n}_{i,j-\frac12}+M^{n}_{i+1,j+\frac12}+M^{n}_{i+1,j-\frac12})>0\\ 1: \frac14(M^{n}_{i,j+\frac12}+M^{n}_{i,j-\frac12}+M^{n}_{i+1,j+\frac12}+M^{n}_{i+1,j-\frac12})<0\end{cases}$$

5.初期条件および境界条件：初期条件としては水位が一定値(OPb.83.0m)の静水面を想定した。境界条件は次のように設定した。(1)上流端および放水路放流口；次の2つの場合を考えた。(i)放水路から180㎥/sを放流し洗堰からの放流を行なわない。(ii)放水路から90㎥/s，洗堰から90㎥/sを放流する。(2)下流端；合流点直下流における水位が与えられているものと仮定しその値をOPb.83.0mとした。

6.計算結果とその検討：図-4は(i)の場合の下流端からの流出流量の時間的変化を示したもので，放流後しばらくの間流量がゼロとなっているのは，放流水が下流端にまで達していないためである。その後この流量は大きく変化し最大210㎥/s程度まで達したあと短時間のうちに流入流量180㎥/sに収束している。この点から対象領域での水量の連続性は保持されていると判断される。また，計算上1000秒以上経過すれば流れは定常状態になるとみなせる。図-5(1)および(2)は，定常状態になっているとみられる計算開始後3000秒から3600秒までの10分間にわたって1秒ごとにサンプリングされた流速の平均値の分布図である。図-5(1)では放流水はそのまま南下し対岸(右岸)に達した後，流向を南東に変え流下している。この場合，放流口付近での流速は3.75m/s，放流口下流の右岸付近では1.10m/sとなっており流速は1/3程度に減少している。また，放流口より西側(右岸側)の洗堰までの水域では水はほとんど静止しており，放流水との混合もあまり生じていない。図-5(2)では，図-5(1)にみられるような流れが洗堰からの放流により南東へ押し流されており，放流水の右岸への影響はかなり小さくなることが知られる。以上のように今回の計算結果による流況は実際の流況として十分予想されるものであり，ここでの計算により少なくとも定性的・概略的な流況の予測が可能となったといえよう。したがって，今後さらに広範囲の水理条件のもとで計算を実施するとともに，洗堰下流の流況を何らかの方法により観測し，計算結果を検証することが必要とされよう。

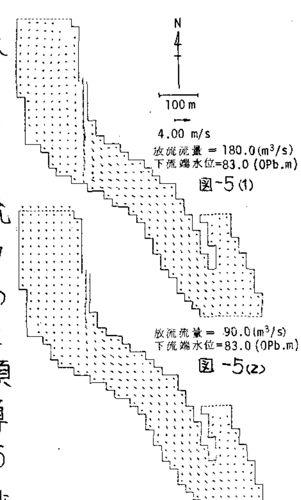


図-5(1)
図-5(2)

《参考文献》1)水鳥,岩佐,井上：第34回年講Ⅱ-56，1979年　2)堀江：第16回水工学に関する夏期研修会講義集，1980年