

氾濫水の水利の数値解析モデル——河川上流部を対象として——

京都大学工学部 正員 岩佐 義朗 京都大学工学部 正員 井上 和也
 北海道開発庁 正員 井出 康郎 京都大学大学院 学生員 若林 勝則
 東亜建設工業 正員 永友 久信

1.はじめに：従来の研究モデル¹⁾では氾濫水の水利の平面的な挙動を解析する際に、氾濫原および河川が堤防を境界として堤内地と堤外地に区別されることを前提としてきた。しかし、氾濫原が狭小でしかも有堤圧間と無堤圧間が混在する地域（例えば河川上流部）を対象とするとき堤内地と堤外地とを区別すること自体が困難である。本報はこのような地域を堤内地と堤外地とを区別することなく、すべて氾濫原とみなして従来の氾濫水の水利モデルを適用した結果の報告である。

2.従来の数学モデルの基礎式

$$\text{運動方程式: } \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{1}{\Delta x} |UM|_{x_i}^{x_{i+1}} + \frac{1}{\Delta y} |VM|_{y_j}^{y_{j+1}} = -gh \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{T_{xx}}{F} \quad (1)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{1}{\Delta x} |UN|_{x_i}^{x_{i+1}} + \frac{1}{\Delta y} |VN|_{y_j}^{y_{j+1}} = -gh \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{T_{yy}}{F} \quad (2)$$

$$\text{連続式: } \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{1}{\Delta x} |M|_{x_i}^{x_{i+1}} + \frac{1}{\Delta y} |N|_{y_j}^{y_{j+1}} = 0 \quad (3)$$

ただし $h = Z - Z_b$ (水深), Z および Z_b はそれぞれ水位と地盤高である。

3.数値計算の安定性：はじめに述べたように対象地域をすべて氾濫原とみなし上記の解析モデルを適用するとき、河川は単に比較的地盤高の低い格子に相当するにすぎない。しかし、河川上流部においては勾配が急なことおよび河川と堤内地とを区別しなかったことにより、計算格子の地盤の高低差が中・下流域の堤内地と比較して相当大きくなる。いま、周辺より地盤の高い点に浸水が及んだときを考えると、そこでは当然水深は周囲に比較して浅いため(1)および(2)式の左辺第2項および第3項(非線型項)が他の項に比べて大きくなり、極端な場合には解が不安定となることが予測される。そこで本報ではまず不安定性をもたらす非線型項を省いた差分式によって計算を実施し、ついで非線型項による不安定性が生じないといわれる流れの方向に応じて差分の圧間を変化させる後方差分による計算を行なうことにした。

4.非線型項を省いた差分式

x方向運動方程式：

$$\frac{M_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+2} - M_{i,j+\frac{1}{2}}^n}{2\Delta t} = -g \frac{(h_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1} + h_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1})(H_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1} - H_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1})}{2\Delta x} - g n^2 \frac{(M_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+2} + M_{i,j+\frac{1}{2}}^n) \sqrt{(U_{i,j+\frac{1}{2}}^n)^2 + (V_{i,j+\frac{1}{2}}^n)^2}}{2 \{ (h_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1} + h_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1})/2 \}^{3/2}} \quad (4)$$

y方向運動方程式は同様であり省略する。連続式は次のようになる。

$$\frac{h_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+2} - h_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1}}{2\Delta t} + \frac{M_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+2} - M_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{N_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+2} - N_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1}}{\Delta y} = 0 \quad (5)$$

5.後方差分による差分式

x方向運動方程式：

YOSHIKI IWASA ; KAZUYA INOUE ; YASURO IDE ; KATSUNORI WAKABAYASHI ; HISANOBU NAGATOMO

$$\frac{M_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1} - M_{i,j+\frac{1}{2}}^n}{2\Delta t} + \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{(M_{i+1,j+\frac{1}{2}}^n)^2}{h_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1}} - \frac{(M_{i-1,j+\frac{1}{2}}^n)^2}{h_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1}} \right] + \frac{1}{\Delta y} \left[\frac{2M_{i,j+\frac{1}{2}}^n b (N_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n + N_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n)}{h_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1} + h_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1} + h_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^{n+1} + h_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^{n+1}} \right. \\ \left. - \frac{2M_{i,j-\frac{1}{2}}^n b (N_{i+\frac{1}{2},j}^n + N_{i-\frac{1}{2},j}^n)}{h_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^{n+1} + h_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^{n+1} + h_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1} + h_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1}} \right] = -g n^2 \frac{(M_{i,j+\frac{1}{2}}^n + M_{i,j-\frac{1}{2}}^n)}{h_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1} + h_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1}} \frac{(U_{i,j+\frac{1}{2}}^n)^2 + (U_{i,j-\frac{1}{2}}^n)^2}{[(h_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1} + h_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1})/2]^{3/2}} \quad (6)$$

ただし右下に書かれている添字aおよびbについてはそれぞれつぎのようである。

$$a = \begin{cases} 0: M_{i,j+\frac{1}{2}}^n > 0 \\ 1: M_{i,j+\frac{1}{2}}^n < 0 \end{cases} \quad b = \begin{cases} 0: \frac{1}{4}(N_{i+\frac{1}{2},j}^n + N_{i+\frac{1}{2},j+1}^n + N_{i-\frac{1}{2},j+1}^n + N_{i-\frac{1}{2},j}^n) > 0 \\ 1: \frac{1}{4}(N_{i+\frac{1}{2},j}^n + N_{i+\frac{1}{2},j+1}^n + N_{i-\frac{1}{2},j+1}^n + N_{i-\frac{1}{2},j}^n) < 0 \end{cases}$$

と方向運動方程式および連続式は省略する。

5. 計算結果と考察：計算の対象としたのは江の川流域の三次市周辺である。この部分には現在大規模な築堤が進められているが、地形図からはこれらの天端高などに関する資料が読みとれなかったため、ここではこれらを一切考慮しないで計算することにした。図-1は非線型項を考慮した計算結果より図-2のE点、F点およびG点の水位ハイドログラフを示したものである。FおよびGの水位を比較すると

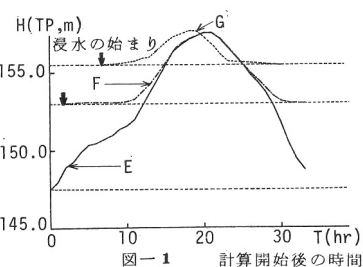
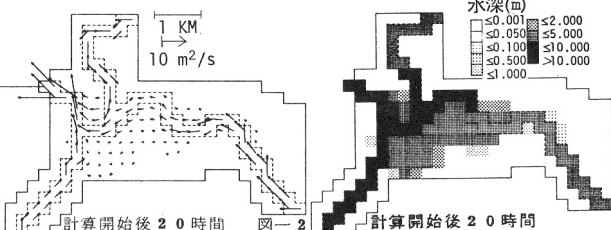
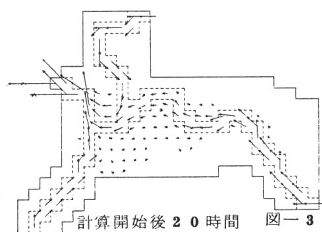


図-1 計算開始後の時間

浸水が始まる時刻はFの方が早い、最高水位に達する時刻はGの方が早くなっており、支川B沿いの洪水の伝播を示している。EとFの水位が計算開始後15時間目以降25時間目位まではほぼ一致しているのは、合流点から下流の



疏通能力が十分にないため、上流側へ大量の水がせき上げられた結果である。図-2は堤内地の水位がほぼ最大値となる計算開始後20時間目の流量フラックスの分布および水深の分布図である。図中の破線部分が河道とみなされる領域である。支川Cの流量が大きく、そのせき上げによって支川Bの流れは阻害されていることが分る。このことは合流点付近の本川



Aの右岸側の流れについてもいえることである。水深分布図より明らかなように、この時間では三川合流点付近の相対的に地盤の低い地域一帯に湛水が生じている。

図-3は後方差分による20時間目の流量フラックスの分布図である。図-2と比較すれば支川Bの弯曲部で少し差が見られる程度で両者にほとんど違いはない。したがって後方差分をとることによって非線型項も考慮した計算の可能性があると見える、と同時に、この項を省略しても全体的にみれば大差のない結果を得ることができるともいえよう。以上のように非線型項の扱いについての数値解析上の吟味が残されているが、ここでの堤内地と堤外地を区別せずに全域を氾濫原として扱う方法そのものは河川上流域における氾濫水の解析に適用しうると結論される。

(参考文献)：1) 岩佐義朗、井上和也、水鳥雅文；昭和55年4月京都大学防災研究所年報