

二次元水路における冷水塊の挙動に関する研究

京都大学防災研究所 正会員 芦田 和男

京都大学防災研究所 正会員 江頭 遼治

京都大学防災研究所 正会員 ○中川 一

1. まえがき 密度流による輸送現象を究明しようと立場から、密度流研究がさかんに行われるようになつてきた。その結果、定常性の強い密度流現象の諸特性については、かなり明らかにされている。しかし、貯水池への洪水流入や海底陸棚の崩壊などによつて発生する密度流は、非定常性が強い。

著者らは、これまでに、非定常給水時に形成される冷水塊および泥水塊の挙動に関し、多くの知見を得ている。ここでは特に、冷水塊先端部の挙動について理論的・実験的研究を行つ。

2. 冷水塊先端部の挙動に関する数理モデル

冷水塊先端部とそれに続く後方部とでは、連行、圧力および界面での抵抗などの特性がきわめて異なることから、流塊を先端部とそれに続く後方部とに分けて考える。図-1の先端部の流下速度で移動する移動座標系からみに先端部に関する一次元体積、質量および運動量保存則は、それぞれ、つきの(1)～(3)式で与えられる。

$$\frac{d\delta_f}{dt} - \nu_f \frac{d\delta_f}{dx} + \delta_f (u_f \delta_f) / \delta_f = W_e \quad (1) \quad \frac{\partial (P_f \delta_f)}{\partial t} - \nu_f \frac{\partial (P_f \delta_f)}{\partial x} + \delta_f (P_f u_f) / \delta_f = P_a W_e + E_{P_d} \frac{\partial P_a}{\partial z} / (z - \delta_f) \quad (2)$$

$$\frac{\partial (u_f \delta_f)}{\partial t} - \nu_f \frac{\partial (u_f \delta_f)}{\partial x} + \delta_f (u_f^2) / \delta_f = A_f \frac{\delta_f}{l_f} \cdot g_i l_f - \nu_f \cdot \delta_f \left(\frac{1}{2} A_f \bar{g}_f \delta_f \right) / \delta_f - \nu_f \frac{\partial P_a}{\partial z} / \delta_f + (\bar{z}_i - \bar{z}_b) / P_a \quad (3)$$

ここに、 δ_f : 先端部高さ、 V_f : 先端部重心の移動速度、 u_f : 先端部断面平均流速および密度、 P_a : 周囲水密度、 A_f : 断面平均密度差、 P_a : 基準密度、 g_i : 重力加速度、 ν_f : 路床勾配、 P_a : 静水圧からの偏差圧で、 $P = P_a + P_b$ 、 P_b : 静水圧、 \bar{z}_i 、 \bar{z}_b : 内部境界面および底面とのせん断応力の進行距離

図-2には、先端部における流れの模式図が示されている。先端部の面積を S_f 、周囲水との平均密度差を A_f 、先端部長さを l_f 、オーバーハング高さを α_f とする。拡散項を無視して(1)～(3)式を δ_f から δ_f まで積分することにより、先端部に関する支配方程式が得られる。

$$\text{体積保存則: } \frac{dS_f}{dt} = -r g_i + g_e \quad (4) \quad \text{質量保存則: } S_f \frac{dA_f}{dt} = r(A_f - A_{f0}) g_i - A_f \bar{g}_e \quad (5)$$

$$\text{運動量保存則: } S_f \frac{dV_f}{dt} = \frac{A_f}{P_a} S_f g_i l_f + \frac{1}{2} \frac{A_f}{P_a} \delta_f^2 g + r(V_f - U_{f0}) g_i - r g_i - \frac{1}{2} C_D \delta_f V_f^2 + (\bar{z}_i - \bar{z}_b) / P_a \quad (6)$$

ここに、 $g_e = \int_{\delta_f}^{U_{f0}} W_e d\delta_f$ が先端部における進行量、 $r = V_f / U_{f0} + \lambda_f / U_{f0} - 1$ 、 U_{f0} 、 δ_{f0} 、 A_{f0} : 先端部と後方部との接続点における流速、表面および密度差で、 $\delta_0 = U_{f0} \delta_{f0}$ 、 \bar{z}_i 、 \bar{z}_b 、 l_f : 区間における平均値、 C_D : 形状抵抗係数である($C_D = 2 / \lambda_f^2 \delta_f + \int_{\delta_f}^{U_{f0}} V_f / \delta_f d\delta_f$ が得られる)。

さて、先端部の解析を行うにあたり、つきのような定義および仮定を行う。

(1) S_f および δ_f との関係をそれぞれ $\epsilon_f = S_f / \delta_f^2$ 、 $\epsilon_i = \delta_f / l_f$ 、(2) 流速および密度に関するパラメータとして、 $a = U_{f0} / V_f$ 、 $\lambda_f = A_{f0} / A_f$ 、(3) $dS_f / dt = 2 \epsilon_f d\delta_f / dt + \delta_f d\epsilon_f / dt = 0$ 、(4) 先端部における連行量 R_f は、オーバーハング高さと底面との間での周囲水の取り込みによつて評価されるものとして、 $R_f = \alpha_f V_f$ 、(5) 形状抵抗係数、内部境界面および底面での抵抗係数に、層流抵抗係数を用い、それぞれ、 $C_D = \lambda_f / Re$ 、 $f_i = \lambda_i / Re$ および $f_b = \lambda_b / Re$ とする。

これらのことを考慮し、(4)～(6)式を解くと、先端部に関するつきのような密度分布式が得られる。

Kazuo ASHIDA Shinji EGASHIRA Hajime NAKAGAWA

より運動方程式を得、(7)および(8)式で表わせる。

$$\Delta \bar{P}_f(t)/\Delta \bar{P}_f(t_0) = \exp\left[-\lambda_1 \frac{\alpha}{E_f} \frac{1}{\delta t} (x_f(t) - x_f(t_0))\right] \quad (7)$$

$$\ddot{x}_* = -B_1 \dot{x}_*^2 - B_2 \dot{x}_* + B_3 \exp(-B_4 x_*) \quad (8)$$

ここに、 $B_1 = \alpha d/E_f$, $B_2 = 2/\delta t^2 \cdot \{(\lambda_1 E_f + E_2/E_f \cdot (\lambda_1 d + \lambda_2))\}$, $B_3 = g \bar{P}_f(t_0) / \delta t P_0 \cdot \{1 + \frac{1}{2} \frac{\lambda_1}{E_f}\}$, $(\frac{\alpha}{E_f})^2\}$, $B_4 = \lambda_1 d/E_f$, $x_f(t)/\delta t = x_*$ で、 $x_f(t)$ および $\bar{P}_f(t)$ は、時刻tにおける先端部の位置および密度であり、 $\bar{P}_f(t_0)$ および $\bar{P}_f(t)$ は、基準時刻t₀における値である。

3. 実験概要 実験水路は長さ13.7m, 幅50cm, 深さ50cmの勾配可変の長方形断面水路で、両面がラス張りにはりついだ。水路に水道水を湛水させ、その中にローターミンBで着色した冷水を一定時間 Δt だけ流入させ、その後給水を止めて冷水塊を発生させた。ガラスサーミスタ温度計を上流から6m(6本)および10m(8本)地点に設置し、その地点を通過する冷水塊の水温分布を計測した。流速分布は、水素気泡発生装置を用いて写真撮影され、形状は、8mmおよび16mmムービーカメラを用いたフィルム解析によって求められた。先端部移動距離と時間との関係は、目視によって計測された。なお、実験条件は表-1のとおりである。ここに、Q: 流入流量, δt : 単位幅流量, d : 路床勾配, Δt : 給水時間, P_{in} : 周囲水密度, P_m : 流入水密度, ΔP : $P_m - P_{in}$ である。

4. 数理モデルの適用性 冷水塊の実験においては、先端部密度が6mと10m地点の断面でしか得られていなかった。これらのデータより(7)式の適用性を評価することは困難である。そこで、先端部密度が連続的に計測されている泥水塊の実験結果を用いて検討する。図-3には、先端部密度に関する(7)式の結果とExp15-47の測定値が示されている。同図の結果より、(7)式はかなり一般性のある先端部密度の推定式であるものと思われる。図-4(a)(b)は、先端部の移動特性に関する、表-2の条件のもとで(8)式を数値計算した結果と実験値とを比較したものである。なお、表-2の条件は、実験結果に基づいて設定されている。図-4(b)

(8)式の右辺第一項および第二項は、それぞれ、逆行および粘性に起因した抵抗を表す項であり、これらの抵抗によつて、先端部移動距離(x_*)および移動速度(\dot{x}_*)の理論値は、時間とともにしだいに減衰していく。実験値が示す減衰特性ともきわめよく一致するところから、(8)式は、冷水塊先端部の移動特性をよく説明する式であることがわかる。

5. おむすび 今回、 B_1 ～ B_4 に関しては、実験値とよくあう値を用いて、抵抗や逆行量を正しく評価すれば、求めることができます。今後、ここで導入した種々の仮定の適用性や問題点を究明していくとともに、流塊を一体化して解析を進めいく必要がある。

参考文献 1) 中川一; 傾斜路床上における冷水および泥水塊の挙動に関する研究, 京都大学修士論文, 1981

表-1 冷水塊に関する実験条件

Exp.No.	Q [cm ³ /s]	δt [cm ² /s]	I [sec]	Δt [sec]	P_{in} [g/cm ³]	P_m [g/cm ³]	ΔP [g/cm ³]
15-6	2,455	1,455	1/100	20	0.9984090	0.998733	0.002324
15-22	-	-	-	40	0.9980550	0.998679	0.002624
15-8	-	-	-	60	0.9983930	0.998733	0.002340
15-12	2,455	1,455	1/80	20	0.9981750	0.998715	0.002536
15-13	-	-	-	60	0.9982080	0.998715	0.002536
15-15	-	-	-	60	0.9981780	0.998715	0.002536
15-16	2,455	1,455	1/60	20	0.9984650	0.998715	0.002393
15-17	-	-	-	40	0.9985590	0.998803	0.002323
15-19	2,455	1,455	1/200	20	0.9958320	0.998587	0.002753
15-20	-	-	-	40	0.9959670	0.998664	0.002639
15-21	-	-	-	60	0.9962080	0.998679	0.002471
15-24	2,455	1,455	1/60	60	0.9984650	0.998733	0.002265
15-25	-	-	-	60	0.9985200	0.998679	0.002161
15-26	-	-	-	20	0.9964700	0.998803	0.002333

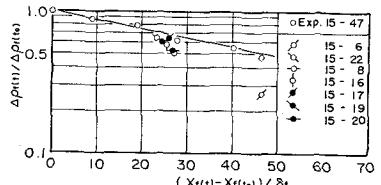


図-3 先端部密度の場所的変化

表-2 計算条件

Exp.No.	Q [cm ³ /s]	δt [sec]	P_{in} [g/cm ³]	P_m [g/cm ³]	λ_1 [cm ⁻¹ × s]	λ_2 [cm ⁻¹ × s]	B_1	B_2	B_3	B_4
15-6	162	600	0.01 × 10 ⁴	2.79	15.1	0.0248	0.0164	0.00330	0.0248	
15-20	203	600	0.01 × 10 ⁴	2.10	16.1	0.0237	0.0132	0.00331	0.0237	

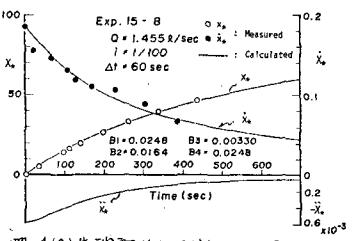


図-4(a) 先端部移動距離(x_*)、速度(\dot{x}_*)および加速度(\ddot{x}_*)の時間変化の計算値と実験値(x_* , \dot{x}_* , \ddot{x}_*)との比較

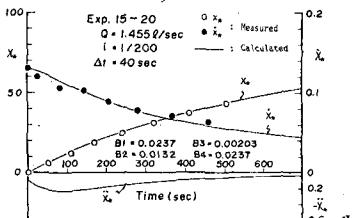


図-4(b) 先端部移動距離(x_*)、速度(\dot{x}_*)および加速度(\ddot{x}_*)の時間変化の計算値と実験値(x_* , \dot{x}_* , \ddot{x}_*)との比較