積分方程式法による半無限体−構造物系の動的相互作用の解析

京都大学工学部　正員　　小林　昭一
京都大学工学部　学生員　○木下　雅敬
京都大学工学部　正員　　西村　直志

1、はじめに

積分方程式法は有効な数値解析法として数多くの分野に適用されて来た。本研究においては、半無限地盤−構造物系にP波およびS波が入射した際の応答を積分方程式法を用いて数値解析を行う。この際、次の3つの項目に注目しこのモデルへの積分方程式法の適用を考える。(1)影響係数を計算する際、波数が小さいような場合にはケタ落ちが起ることがあり、この対策を考える。(2)半無限弾性板に平面波が入射した時の平面反射波の解析解を用い解の精度向上を計る。(3)半無限地盤に積分方程式法を適用する際に生じる無限遠にまで及ぶ表面積分を、従来では有限のところで切ってしまいそれ以遠の影響を無視して来たが、そのことの妥当性を検討する。

2、定式化

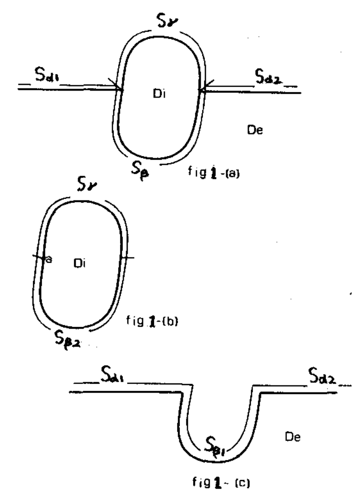

fig 1-(a)　fig 1-(b)　fig 1-(c)

Somiglianaの積分方程式によれば次式が成り立つ。

$$F(x)u_k(x)=\int_S\{\Gamma_k^{(i)}(x,y)t_i(y)-u_i(y)\Gamma_{Tk}^{(i)}(x,y)\}dS(y),\quad F(x)=\begin{cases}1 & x\in D\\ 1/2 & x\in S\\ 0 & x\notin D\ x\notin S\end{cases}\qquad -(1)$$

$u_k(x)$, $t_k(x)$は変位ベクトル，表面力ベクトルであり，$\Gamma_k^{(i)}(x,y)$は2次元弾性定常状態の基本特異解である。

fig 1に示す内部領域D_iおよび非内部領域D_eについてそれぞれ積分方程式を立てる。このとき非内部領域については反射波に対して積分方程式を立てる。この非均質場における連結境界S_βにおいては式(2)が成り立つ。

$$\begin{cases}t_R(\beta_1)+t_I(\beta_1)=-t(\beta_2) & \text{力の釣合い}\\ u_R(\beta_1)+u_I(\beta_1)=u(\beta_2) & \text{変位の連続}\end{cases}\qquad -(2)$$

この条件(2)を用いて内部問題と非内部問題を連立させたた連立方程式を解くことにより、境界における変位ベクトル，表面力ベクトルを求めることができその値を用いれば式(1)より内部における変位および応力を求めることができるのである。

3、半無限地盤への適用

(1)ケタ落ち対策

基本特異解$\Gamma_i^{(k)}(x,y)$は次式のように求められている。

$$\Gamma_i^{(k)}=\frac{i}{4\mu}\left[H_0^{(1)}(\xi_2 r)\delta_{ik}-\frac{1}{\xi_2^2}\frac{\partial^2}{\partial y_i\partial y_k}\{H_0^{(1)}(\xi_1 r)-H_0^{(1)}(\xi_2 r)\}\right]\qquad -(3)$$

この式のHankel関数を計算する際に、0次1次のノイマン関数を次式のように分解する。

$$Y_0(z)=\frac{2}{\pi}\left\{\log\frac{z}{2}+\gamma\right\}+\left[\frac{2}{\pi}\left\{\log\frac{z}{2}+\gamma\right\}\{J_0(z)-1\}-\frac{2}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^m}{(m!)^2}\phi(m)\left(\frac{z}{2}\right)^{2m}\right]\qquad -(4)$$

$$Y_1(z)=\frac{z}{\pi}\left\{\log\frac{z}{2}+\gamma\right\}-\frac{2}{\pi z}+\left[\frac{2}{\pi}\left\{\log\frac{z}{2}+\gamma\right\}\left\{J_1(z)-\frac{z}{2}\right\}-\frac{1}{\pi}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^m}{m!\,(m+1)!}\{\phi(m)+\phi(m+1)\}\left(\frac{z}{2}\right)^{2m+1}\right]\qquad -(5)$$

Shoichi KOBAYASHI , Masanori KINOSHITA , Naoshi NISHIMURA

(4), (5)式を用いて計算すれば(3)式から $\frac{1}{\sqrt{r}}$ の項が消去されて、波数が小さい時に生じるケタ落ちを防ぐことができる。fig3の(a)と(b)を見ればケタ落ち対策を施していない(a)と施した(b)とでは全く異った変形を示してい、このケタ落ち対策が有効なことがわかる。

(ii)平面反射波

半無限弾性板に平面波が入射した際の平面反射波は解析的に容易に求めることができる。半無限地盤に構造物が載ったようなモデルではこの結果を用い、平面入射波と平面反射波を除いた残りの構造物があるために起る撹乱分の反射波(u_R', t_R')について積分方程式を立てる。この方法によって解析を行えば、解の積分方程式によって占められる部分が小さくなるため解の精度が向上するであろうと考えられる。fig4は半無限板に鉛直下方からP波が入射した場合であるが、上述の方法を用いた(b)では、従来の反射波全体に積分方程式を立てた(a)よりも、明らかに正解に近い値が得られている。

(iii)半無限要素

半無限の基本解が十分遠くではレイリー波になっていることはよく知られているが、このことより構造物から十分離れた地表面では(ii)で述べた u_R' はレイリー波になっていると考えられる。fig2に示すように $S_{\alpha 2}$ 上の最も端の要素Nの代表点O以遠の変位ベクトル u_R' は $u_R' = u_N' \cdot e^{ik_R x_1} H(x_1)$ となるであろうと考えられる。$S_{\alpha 2}$ 上では $t_R'=0$ であるからO点以遠の影響は二重層ポテンシャルのみを考えればよく

$$\int_0^{\infty} P_I \, u_R' \, dx_1 = \int_0^{\infty} P_I \, e^{ik_R x_1} dx_1 \cdot u_N' \qquad -(6)$$

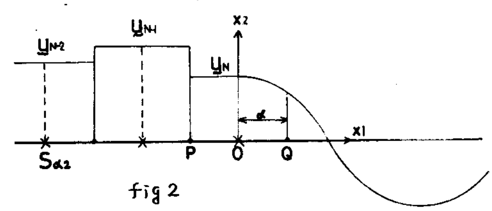

fig 2

この積分はフーリエ変換を用い数値積分できる形に変形してやることができ、今まで有限のところまでしか表面積分を考えていなかったのが、この方法によりそれ以遠の影響を考慮に入れることができる。この方法により従来の方法の妥当性が言える。詳細は当日発表する予定である。

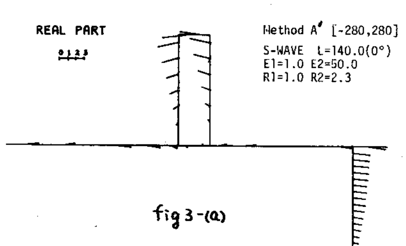

fig 3-(a)

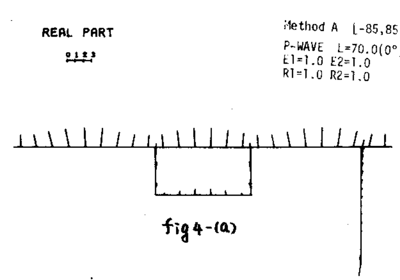

fig 4-(a)

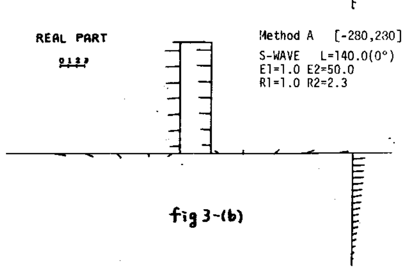

fig 3-(b)

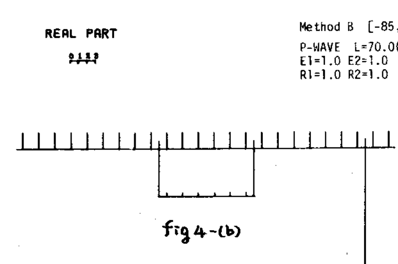

fig 4-(b)