

初期不整を考慮した圧縮板の面外有限変形挙動の定式化

大阪大学工学部 正員 前田幸雄

大阪大学工学部 正員 大倉一郎

大阪大学工学部 学生員 小橋慶三

1. まえがき 著者らは、繰り返し曲げを受ける薄肉プレートガーダーのウェブの面外変形に起因する疲労き裂について関連する研究で、圧縮と面内曲げを受ける、四辺単純支持された矩形板の面外有限変形挙動の定式化について、本講演会で発表する¹⁾。本報告は、圧縮板について、非載荷辺の拘束度を考慮し、その面外有限変形挙動を定式化し、さらに初期たわみモードの連成効果について考察したので、以下に報告する。

2. 非載荷辺の拘束度を考慮した圧縮板の面外有限変形挙動の定式化

四辺単純支持された圧縮板の荷重と横たわみの関係式（文献[1]の式(13)で $\varphi = 1$ と置いて得られる式）を、圧縮板の座屈解析²⁾、および有限要素法による面外有限変形解析の結果に基づいて、修正することにより、非載荷辺の回転が弾性的に拘束された圧縮板の荷重と横たわみの関係が次のように得られた。（図-1 参照）

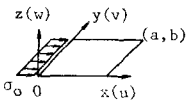
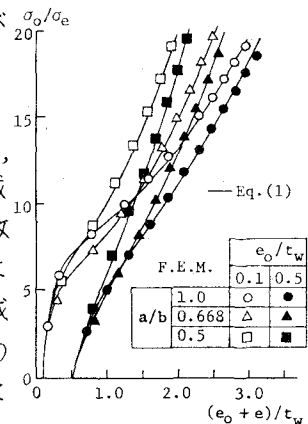


図-1 圧縮板

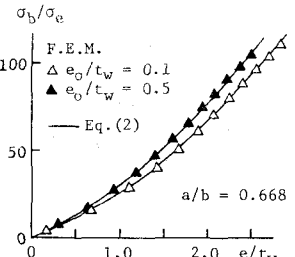
$$\sigma_c / \sigma_e = R_{cr} \frac{e}{e + e_0} + \frac{3}{4}(1-\nu^2)\theta \left\{ \left(\frac{e}{t_w} \right)^2 + 2 \left(\frac{e}{t_w} \right) \left(\frac{e_0}{t_w} \right) \right\} \quad (1)$$

ここで、 $\sigma_e = \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_w}{b} \right)^2$ 、 E ：ヤング率、 ν ：ポアソン比、 t_w ：板厚、 e_0 ：板中央の初期たわみ、 e ：付加横たわみである。 R_{cr} は、非載荷辺の拘束度を考慮した圧縮板の座屈解析から得られる座屈係数であり、 θ は、有限要素法から得られる荷重と横たわみの関係に最小2乗法を適用することによって決定される係数である。非載荷辺に生ずる面外曲げ応力 σ_c と横たわみの関係は、有限要素法の結果に各種の曲線を当てはめた結果、もっとも単純な形式として次式が得られた。

図-2 荷重と横たわみの関係
(非載荷辺固定支持)

$$\sigma_c / \sigma_e = S \left(\frac{e}{t_w} \right) + A \left\{ \left(\frac{e}{t_w} \right)^2 + 2 \left(\frac{e}{t_w} \right) \left(\frac{e_0}{t_w} \right) \right\} - AB + AB^2 \left\{ \left(\frac{e}{t_w} \right)^2 + 2 \left(\frac{e}{t_w} \right) \left(\frac{e_0}{t_w} \right) + B \right\} \quad (2)$$

ここで、 S は座屈解析から得られる座屈波形に基づく係数であり、 A, B は、有限要素法の結果に最小2乗法を適用することによって得られる係数である。式(1)(2)が与える各関係と有限要素法の結果との比較を図-2～4に示す。両者はよい一致を示している。また、各形状比に対する上記各係数の値を表-1に示す。

図-3 2次曲げ応力と付加横たわみの関係
(非載荷辺固定支持)

3. 初期たわみモードの連成効果 初期たわみモードの連成効果を調べるために、面外方向に四辺単純支持された圧縮板に、次式の初期たわみ w_0 と付加横たわみ w を仮定して、Marguerreの初期たわみを有する板の基礎微分方程式⁴⁾にGalerkin法を適用するこ

とにより、荷重と各横たわみ成分の関係を求めた。

$$\begin{aligned} w_0 &= \{e_{01} \sin(\pi x/a) + e_{0m} \sin(m\pi x/a)\} \cdot \sin(\pi y/b) \\ w &= \{e_1 \sin(\pi x/a) + e_m \sin(m\pi x/a)\} \cdot \sin(\pi y/b) \end{aligned} \quad (3)$$

ここで e_{01}, e_{0m} : 定数, e_1, e_m : 未定定数, $m = 2, 3$ である。荷重と各横たわみ成分との関係を図-5に示す。この図から、2つの初期たわみモードが連成する場合の圧縮板の面外有限変形挙動に関して、次の一般的傾向が見られる。(1)最小の座屈係数を与えるモードの初期たわみが他のモードの初期たわみより大きい場合には、前者のモードのたわみが卓越する。(2)最小の座屈係数を与えるモードより低次モードの初期たわみのみ存在する場合、または、低次モードの初期たわみが、最小の座屈係数を与えるモード

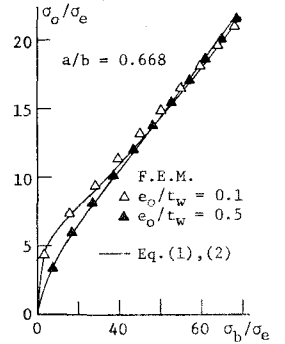


図-4 荷重と2次曲げ応力の関係 (非載荷辺固定支持)

表-1 特性値

の初期たわみに比べて極めて大きい場合には、低荷重時には低次モードのたわみが主に増加するが、ある荷重に達すると急激に低次モードのたわみから最小の座屈係数を与えるモードのたわみへと移行する。(3)最小の座屈係数を与えるモードより高次モードの初期たわみが、ある程度以上の大きさを有し、かつ最小の座屈係数を与えるモードの初期たわみに比べて極めて大きい場合には、高次モードのたわみが卓越する。(4)2つのモードの初期たわみの大きさが同程度の場合には、最小の座屈係数を与えるモードのたわみが増加する。ただし、両者の初期たわみが大きい場合には、高次な方のモードのたわみが主に増加することもある。以上のように、各初期たわみモードが連成する効果は、最小の座屈係数を与えるモードに基づいて分類することができる。この初期たわみモードの連成効果を式(1)(2)に反映させることについて検討中である。

非載荷辺	両辺単純支持	一边固定他辺単純支持	両辺固定支持
a/b	0.5 1.0	0.5 0.8 1.0	0.5 0.668 1.0
k_{cr}	6.25 4.00	6.85 5.41 5.74	7.69 6.97 8.60
θ	3.26 1.16	3.87 1.97 1.50	4.53 2.95 1.79
S		21.85 17.02 15.68	24.71 21.68 19.28
A		17.33 4.00 1.62	16.51 6.45 0.78
B		0.86 0.63 0.21	1.06 0.95 -0.23

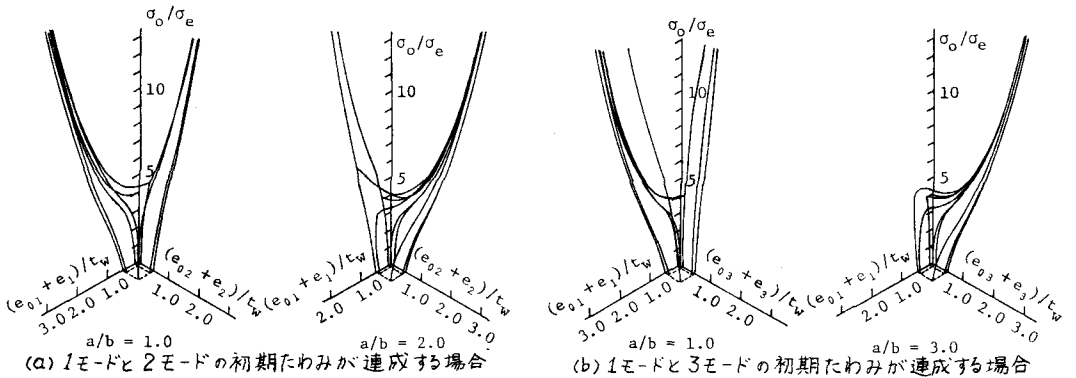


図-5 荷重と各横たわみ成分との関係

参考文献

- 1) 前田・大倉：圧縮と面内曲げを受ける矩形板の面外有限変形挙動，昭和56年度関西支部。
- 2) Lundquist, E.E. and E.Z. Stowell, NACA, Report No.733, pp.99-109, 1942. 3) 昭和54年度関西支部(I-9)。
- 4) Marguerre, K., Proc. 5th International Congress for Applied Mechanics, Cambridge, pp.93-101, 1938.