

残留応力を考慮した棒・板の弾塑性座屈に関する二、三の考察

京都大学工学部 正 員 丹羽 義次

京都大学工学部 正 員 渡辺 英一

京都大学大学院 学生員 福森 世志夫

[1] はじめに 鋼構造物は圧延成型や溶接等による熱ひずみの為に必ず残留応力を持ち、破壊現象が弾塑性域に多く見られることと考え合わせれば、残留応力が破壊現象に与える影響は小さくないと思われる。本研究は残留応力の存在する系を簡単なモデルを用いて弾塑性域での座屈曲線を求め、更に初期不整に対する敏感性をカタストロフィー理論及び崩壊機構により求める。さて、構造物が塑性を始めると保存系でなくなるが、塑性域での構成関係式を用いた準弾性的な増分計算を行って、塑性を非線形弾性問題としてポテンシャルを求め以下の結論を得た。

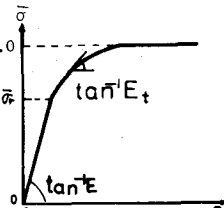
1) 柱の弾塑性座屈は非対称座屈、いいかえると、Fold Catastrophe である。

2) 板の耐荷力曲線は柱の理論の拡張である程度推論できる。

[2] 解析法 1). 柱 I型断面鋼が溶接のためフランジ中心線に引張りピークをもつ放物線分布の残留応力をもつ系を考える。この柱に圧縮力を加えると、断面端から局部塑性が起こり、載荷と共に塑性が内側に進行する弾塑性問題となる。Fig.1の断面応力状態で弾性部を有効断面係数 k で表すと、この断面の平均応力 $\bar{\sigma}$ 、中央のひずみ $\bar{\epsilon}$ 、平均弾性係数 E_t は

$$\begin{cases} \bar{\sigma} = (1 - k^2 \bar{\epsilon}) \sigma_y \\ \bar{\epsilon} = \left\{ 1 + \frac{1}{2} (1 - 3k^2) \bar{\epsilon} \right\} \frac{\sigma_y}{E} \\ E_t = kE \end{cases}$$

ここに、 σ_y : 降伏応力、 E : ヤング率 Fig.1 弾塑性構成関係



ゆ: 残留応力, $\bar{\sigma} = \frac{\sigma_y}{E}$

この3者の関係を Fig.1に示す。次に、1自由度系モデルにおける座屈後の弾塑性釣合式は θ をたわみ角として、

$$V = 4K^e f \theta - Pl \theta$$

f : 弾塑性剛性係数 K^e : 弾性の剛性率

ところで、座屈直後のひずみ挙動にSchanley効果を考慮すると、 f の θ に関する微係数が存在する。即ち、

$$V' = 4K^e f - Pl + 4K^e f' \theta$$

$$V'' = 8K^e f'$$

つまり、 $V_c'' = V''|_{\theta=0}$ より柱の弾塑性座屈はFoldの分岐集合をもつ非対称座屈である。次に、初期不整をもつ系の耐荷力曲線は、釣合式と f の微係数から、

$$1 - \bar{p} - 6 \frac{E}{\sigma_y} \frac{\epsilon_0}{1 - \bar{\sigma}} \frac{\bar{p}}{1 - \bar{p}} \left[1 + \frac{\bar{\sigma}}{8(1 - \bar{\sigma})} \right] = 0$$

ここに、 $\bar{p}$ は Euler 荷重での無次元化、 $\bar{\sigma}$ は降伏応力での無次元化を示し、 ϵ_0 は初期不整パラメータである。結果をFig.2に示す。

2). 板構造 鋼板が圧延成型の過程における熱ひずみのためにSkaloudの提案する残留応力分布をもつ

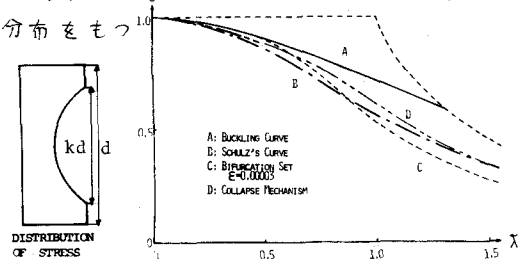


Fig.2 柱の耐荷力曲線

系を仮定する。この板をらEMを用いた離散化モデルで解析する。さて、Prandtl-Ruessの流れ理論とVon-Misesの塑性判定式を用いると塑性域での構成関係式における剛性率 $[D^p]$ は、弾性の剛性率を $[D^e]$ として、

$$[D^p] = [D^e] - \frac{[D^e] \left\{ \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} \right\} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} [D^e]}{H' + \left\{ \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} \right\} [D^e] \left\{ \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} \right\}}$$

H' : ひずみ硬化パラメータ

f : Von-Misesの塑性判定式

である。ところで、板に圧縮力を加え局部塑性が始まると解析は材料非線形性の為に $[D^p]$ を用いて多くの増分反復計算を要する。そこで、釣合式に幅厚比を割じた定式化を行う。

$$\hat{v}_i = \{ K_{ij}^B - (\beta_0^2 \Lambda_{cr}) K_{ij}^G \} \hat{w}_j = 0$$

$$\hat{v}_i = v_i \cdot \frac{\beta_0^2}{\sigma_{cr}}$$

非線形解析過程の任意の弾塑性状態において上式の固有値を幅厚比と座屈荷重の積の形で求め、この積は異なる系の同じ弾塑性状態も示すと考えれば1度の計算で座屈荷重を求めることができる。ところで、グラフの不連続は代表応力を要素中央にとり、要素毎に塑性化判定を行う為である。柱理論の強軸まわりの座屈式から板の座屈曲線を類推したものをFig. 3に示す。次に、初期不整を有する系の極限耐荷力の理論解としてYamakiの解を用いて、大変形による非線形項を3次まで考慮するとき、上の議論と合わせて柱の理論の拡張から、非線形項に実験定数 r を用いて板の釣合式を次式と考える。

$$V' = \theta - \theta_0 + \hat{p}(\theta - \frac{\theta_0^2}{3r})$$

ところで極限応力状態における崩壊機構条件式に次式を用いる。

$$\bar{p}^2 + \bar{M} = 1$$

さて、この釣合式と崩壊機構条件式を連立して解くことにより極限

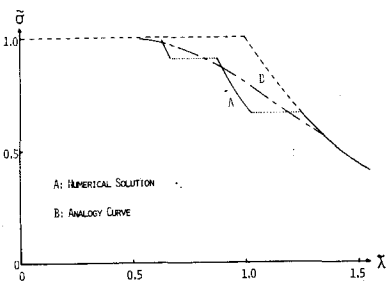


Fig. 3 板の座屈曲線

耐荷力が求まり、その結果をFig. 4に示す。

次に、この板モデルにカタストロフィー理論を用いる場合、 $[D^p]$ が応力の関数であることから $[D^p]$ の微係数を考慮する必要がある。そこで、

$$\frac{\partial D_{ij}^p}{\partial w_k} = \frac{\partial D_{ij}^p}{\partial \sigma_m} \frac{\partial \sigma_m}{\partial \epsilon_n} \frac{\partial \epsilon_n}{\partial w_k}$$

$$= C_{ijkp}^p w_p + C_{ijk}^p + O(w^2)$$

C_{ijkp}^p : w の一次項の係数

C_{ijk}^p : w の0次項

と微係数が求まり、2次以上の項を無視し、柱の場合同様、座屈直後におけるひずみ挙動にSchanley効果を考慮すれば、ポテンシャルの3階微係数が以下に計算できる。

$$V_{ijk} = 2 [K_{ijk}^B - \Lambda_u K_{ijk}^G] + O(w)$$

$$K_{ijk}^B = \int_V B_{pi}^B C_{pjk}^p B_{qj}^B dV$$

$$K_{ijk}^G = -C \left(\int_V B_{pm}^p C_{pjk}^p B_{qj}^{BB} dV \right) (K_{nm}^p)^{-1} P_{on}$$

ここに C は弾塑性状態での計算を表す。

さて、この微係数は一般的に0にはならず板の弾塑性座屈もまた非対称座屈、つまりFold Catastropheであることがわかる。

尚、本文中の K_{ij}^p , B_{ij}^p 等の記号は離散化モデルにおける剛性マトリックス及び形状関数等である。

<参考文献>

Niwa, Y., E. Watanabe, and H. Isami: Catastrophe Analysis of Structures by Discretization and Modal Transforms, Memories of Faculty of Engineering, Kyoto Univ., Vol. 43, No. 1, 1981.

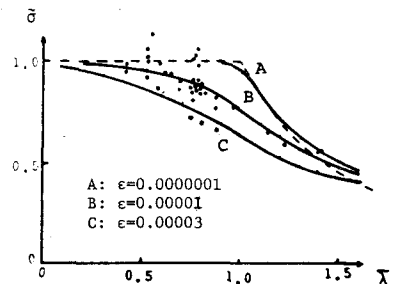


Fig. 4 板の耐荷力曲線