

ラッピングされていない平行線ケーブル部材の計算式

大阪大学 正銀 前田幸雄・長岡技大 正銀 林 正・川田工業(株) 正銀 O 前田研一

1. まえがき

本研究は、補剛桁架設途中における主ケーブルの2次応力を考慮した長大吊橋の大変形解析を、慣用モデルおよび通常の変位法に基づく解析プログラムを用いて、実行することとを目的として、Wyattの理論¹⁾を基に、ワイヤーラッピングされていない平行線ケーブル部材の計算式を誘導、提案するものである。前回²⁾に一部報告済であるが、今回は、有限要素法・有限変位理論に基づいて誘導したより厳密な計算式を提案するとともに、計算式の妥当性および合理性を既往の実験報告³⁾とも対比させて検討した結果を報告する。

2. 有限要素法・有限変位理論に基づく計算式

(1) 2次曲げモーメント 2次応力の要因として、素線の曲げ剛性およびバンド締付け効果による偏差張力が支配的であるとすれば、自由滑動部での2次曲げモーメントは次式で与えられる。

$$M_a + Q \cdot x - T \cdot v(x) = -E_c I_n v''(x) + \frac{E_c I_n}{l_0} (\tan \theta_a - \tan \theta_b) x, \quad I_n = n_w \cdot I_w, \quad I_c = \sum_{i=1}^{n_w} A_w x_i^2 \quad (1)$$

[n_w :素線数, I_w :素線の慣性矩, A_w :素線の断面積, x_i :素線距, l_0 :無次元長]

(2) 変位関数および変位-歪関係式

変位関数としては、一般の曲げ部材とは異なり、 $g_n l_0 = \sqrt{T l_0^3 / E_c I_n} \gg 1$ なる無次元パラメータの条件からべき級数の近似式を用いることができる。双曲線関数項を含む次式を適用した。

$$u(x) = C_1 x + C_2, \quad v(x) = C_3 \cosh g_n x + C_4 \sinh g_n x + C_5 x + C_6 \quad (2)$$

一方、変位-歪関係式は、素線 i の曲率を $\rho_i(x) = -v''(x)$ とし、軸方向歪として、

$$\epsilon_{xi}(x) = u'(x) + \frac{1}{2} v'(x) + (\tan \theta_a - \tan \theta_b) x_i / l_0 \quad (3)$$

なる独自の第3項を含む式を用いた。なお、部材回転角などの影響を除去するために、変形後の自由滑動部両端点を結ぶ直線と平行な x 軸上に無応力状態を仮定している。

(3) 自由滑動部の剛性行列および接線剛性行列 一般化されたCastiglianoの第一定理から次のような関係式が得られ、 $g_n l_0 \gg 1$ なる条件および $u_b - u_a = l - l_0$, $u_b - u_a = 0$ を代入すれば、自由滑動部の剛性行列の各要素は非常に簡略な近似式で与えられる。

$$f = \begin{bmatrix} -T \\ -Q \\ M_a \\ T \\ Q \\ M_b \end{bmatrix} = [k_2(d)] \cdot d = ([k_0] + [k_1(d)]) \cdot d = \begin{bmatrix} E_c A_c / l_0 & 0 & 0 & -E_c A_c / l_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -E_c I_c / l_0 \\ E_c I_c / l_0 & 0 & 0 & -E_c I_c / l_0 & 0 & 0 \\ -E_c A_c / l_0 & 0 & 0 & E_c A_c / l_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E_c I_c / l_0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & A & B & 0 & -A & C \\ & D & E & -A & -D & E \\ & & F & -B & -E & G \\ & & & 0 & A & -C \\ & & & & D & -E \\ & & & & & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ \tan \theta_a \\ u_b \\ u_b \\ \tan \theta_b \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$A = -\frac{E_c A_c}{2 l_0} \cdot \frac{1}{g_n l_0} (\tan \theta_a + \tan \theta_b), \quad B = -\frac{E_c A_c}{2} \cdot \frac{1}{g_n l_0} \tan \theta_a, \quad C = -\frac{E_c A_c}{2} \cdot \frac{1}{g_n l_0} \tan \theta_b,$$

$$D = \frac{E_c A_c}{2 l_0^2} (l - l_0), \quad E = \frac{E_c A_c}{2 l_0} \cdot \frac{1}{g_n l_0} (l - l_0), \quad F = \frac{E_c A_c}{2} \cdot \frac{1}{g_n l_0} (l - l_0), \quad G = 0.$$

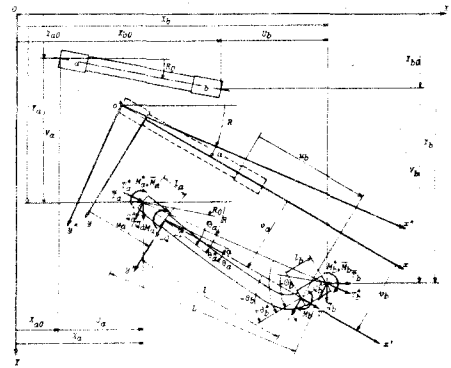


図-1 平行線ケーブル部材の材端力と材端変位

そして、上式の増分形および自由滑動部の接線剛性行列は次式で与えられる。

$$\Delta f = \Delta k(d) \cdot \Delta d = (k_0 + 2k_1(d)) \cdot \Delta d \quad (5)$$

なお、 $I_c \rightarrow 0$, $I_n \rightarrow 0$ ($g_n h_n \rightarrow \infty$) とすれば、一般の軸力部材の計算式と一致することが確かめられる。

(4) 自由滑動部とバンド締付け部との一体化 ゆえに、自由滑動部とバンド締付け部とからなる平行ケーブル部材の材端力は、基準座標系 X-Y において、次式により求められる。

$$F = \bar{C} \cdot e \cdot C \cdot f = \begin{bmatrix} \cos R & -\sin R & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin R & \cos R & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos R & -\sin R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin R & \cos R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_0 \sin \theta & k_0 \cos \theta & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_0 \sin \theta & -k_0 \cos \theta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos d & -\sin d & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin d & \cos d & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos d & -\sin d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin d & \cos d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot f \quad (6)$$

さらに、上式の増分形を次式のように近似すれば、接線剛性行列も容易に求められる。

$$\Delta \bar{F} = \bar{C} \cdot (e \cdot C \cdot \Delta f + \Delta e \cdot C \cdot f) = \Delta K(D) \cdot \Delta D = [\bar{C} \cdot (e \cdot C \cdot \Delta k(d)) \cdot C^T e^T + \Delta e_f] \cdot \bar{C}^T \cdot \Delta D \quad (7)$$

ここに、上式の第2項はバンド部の回転に対応する独自の付加項である。ただし、これらの計算式では、バンド締付け部の伸び変形を考慮したことから、幾何学的な適合条件を満足させるための超越方程式を解く必要がある。

3. 計算式の妥当性および合理性の検討

吊橋の主ケーブルに擬したバンドを有し初期張力を負荷された簡単なケーブル構造物を用い、以下の種々の方法による計算を行った。

ANALYSIS-1: 一般の軸力部材の計算式を用いて、2次応力を無視する方法。(節点数7)

ANALYSIS-2: バンド締付け部の長さを変え、自由滑動部の計算式を用いて、2次応力を考慮する方法。(節点数7)

ANALYSIS-3: バンド締付け部と自由滑動部とを2種の部材に分離して、2次応力を考慮する方法。(節点数7)

PROPOSED ANAL.: バンド締付け部と自由滑動部とを一体化させた平行ケーブル部材の計算式を用いて、2次応力を考慮する方法。(節点数7)

PROPOSED ANAL.-NO ADDITION: この方法において、バンドの回転に対応する独自の付加項を除去した接線剛性行列を用いた方法。(節点数7)

既計算、模型実験報告とも対比させて考察した結果からは、提案した計算式が使用上十分な精度を有し、バンド締付け部と自由滑動部とを2種の部材に分離した場合のように節点数、帯幅を増大させることなく、効率よく2次応力の影響を考慮できるといった。さらに、接線剛性行列におけるバンドの回転に対応する独自の付加項が非常に有効であり、収束性についても使用上十分であるといった。

4. あとがき

前回に報告したように、補剛桁架設途中における主ケーブルの2次応力の影響が主ケーブルの安全性のみならず施工管理面からも無視できないことは、長大吊橋では十分に予測される。そこで、次回には、本四架橋梁の奥橋架設例を対象とした解析結果を報告し、各種架設工法における差異も含め種々の考察を加える予定である。

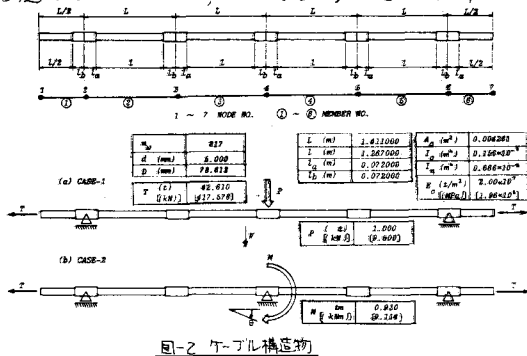


図-2 ケーブル構造物

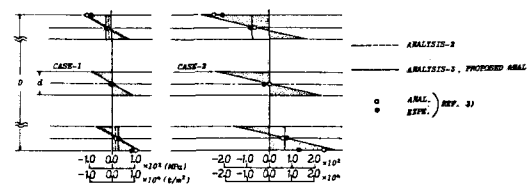


図-3 2次応力の計算結果(部材②-自由滑動部b端)

表-1 変位V, ②の計算結果

	DISPLACEMENT			
	NO. 1	NO. 2	NO. 3	NO. 4
CASE-1	ANALYSIS-1	0.0169	0.0229	
	ANALYSIS-2	0.0162	0.0281	
	ANALYSIS-3	0.0154	0.0281	
	PROPOSED ANAL.	0.0154	0.0281	
CASE-2	ANAL.	0.015	0.028	
	EXPR.	0.015	0.027	
	PROPOSED ANAL.	0.0010	0.0104	0.0258
	EXPR.	0.001	0.011	0.026

表-2 収束計算の反復回数

	ITERATIONAL	
	STEP	NO. OF ITERATION
CASE-1	ANALYSIS-1	1
	PROPOSED ANALYSIS	8
	NO ADDITION	14
CASE-2	ANALYSIS-1	1
	NO ADDITION	32

参考文献 1) Wyatt, T.A.: Secondary Stresses in Parallel Wire Suspension Cables, Trans. ASCE, Vol. 128, 1963.
2) 前田・林・前田: 主ケーブルの2次応力を考慮した吊橋の工量物解析法, 土木学会第35回年度学術協議会論議概説集, 1980.
3) 西村・新室・中村・土居: 吊橋架設途中における平行ケーブルの変形と2次応力解析, 土木学会論文報告集, No. 260, 1977.