

斜張橋ケーブルのクリープに関する基礎的考察

京都大学工学部 正 員 丹羽義次
 京都大学工学部 正 員 渡辺英一
 京都大学大学院 学生員 ○山田郁夫

1. はじめに

斜張橋のケーブルは、かなりのクリープ現象を起こすことが報告されている¹⁾。そこで、本研究ではケーブルのクリープによる斜張橋の経時的な変形を解明するため、次のような手法によって解析を行なった。まず、斜張橋の主桁と塔を弾性体、ケーブルを線形粘弾性体と仮定する。有限要素法を適用して、前者に対しては現空間においてつり合い式を求め、後者に対しては対応原理により、ラプラス像空間においてつり合い式を求めて、それらを像空間で合成すると、斜張橋全体のつり合い式が得られる。これに低次元化を施して計算の効率化を高め、得られた像空間の解を数値ラプラス逆変換して現空間の解を求める。なおこの際和泉²⁾の方法を改良し、極限值定理を満足して、かつ精度の良い数値ラプラス逆変換を行なった。

2. 数値計算のための定式化

有限要素法より、棒要素の剛性マトリックスは次式のようになる。

$$[K_{ij}] = \left[\int_V B_{mi} \cdot D_{mn}(s) \cdot B_{nj} dV \right] \dots (1)$$

ここに、主桁と塔の弾性体に対しては $D_{mn} = E$ (ヤング率)、ケーブルの線形粘弾性体に対しては、対応原理より $D_{mn}(s) = \bar{E}(s)$ (ラプラス像空間におけるヤング率) である。本研究では、線形粘弾性体のモデルとして3要素モデルを採用するので、 $\bar{E}(s)$ はラプラス像空間における構成関係式より、

$$\bar{E}(s) = E_1 \frac{s + \mu}{s + \lambda} \dots (2)$$

ここに

$$\mu = \frac{E_2}{\eta}, \lambda = \frac{E_1 + E_2}{\eta}$$

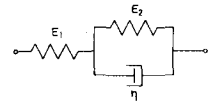


Fig. 1 3要素モデル

で与えられ、剛性マトリックスが得られる。

次に、主桁と塔の剛性マトリックスと、ケーブルをそれらを結ぶ部材と考えた場合の剛性マトリックスとを像空間において合成すると、斜張橋全体のつり合い式が次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \bar{K}_{11}(s) & \bar{K}_{12}(s) \\ \bar{K}_{21}(s) & \bar{K}_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{a}_1(s) \\ \bar{a}_2(s) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{P}_1(s) \\ \bar{P}_2(s) \end{Bmatrix} \dots (3)$$

あるいは、簡単にして

$$[\bar{K}(s)] \{\bar{a}(s)\} = \{\bar{P}(s)\} \dots (4)$$

ここに、添字の 1 は主桁、2 は塔を表わし $\bar{K}(s)$ 、 $\bar{a}(s)$ 、 $\bar{P}(s)$ は、それぞれ剛性マトリックス、一般化変位、一般化力である。

さて、ここで自由度の低減をはかる。固有値問題を解き、固有値の小さい順に固有モードを並べて変換マトリックス $[\Phi]$ を決める。

$$\{a\} = [\Phi] \{v\} \dots (5)$$

(5) 式をラプラス変換してから、(4) 式に代入

$$\text{すると } [\bar{K}^*(s)] \{\bar{v}(s)\} = \{\bar{P}^*(s)\} \dots (6)$$

$$\text{ここに } [\bar{K}^*(s)] = [\Phi]^T [\bar{K}(s)] [\Phi]$$

$$\{\bar{P}^*(s)\} = [\Phi]^T \{\bar{P}(s)\}$$

低次元化された (6) 式より得られる解 $\{\bar{v}(s)\}$ は、変換パラメータ s の離散的なデータと

して与えられるので、数値ラプラス逆変換を行なう。その手法としては、クリープ問題を考えているから、現実空間での解を

$$v(t) = \sum_{i=1}^N a_i e^{-b_i t} \quad b_1 = 0, b_i > 0 \quad \dots (7)$$

と仮定し、まず、極限值定理を満足させる。

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \bar{v}(s) = \lim_{t \rightarrow 0} v(t) = v_0 \quad \dots (8)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \bar{v}(s) = \lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = v_{\infty}$$

(7)式をラプラス変換して(8)式に代入すると

$$\sum_{i=1}^N a_i = v_0, \quad a_1 = v_{\infty} \quad \dots (9)$$

次に、 $s \bar{v}(s)$ の変化の著しい範囲と $\bar{E}(s)$ の変化の著しい範囲とには、対応関係があるので、 $\bar{E}(s)$ の変化の著しい範囲よりいくつかの変換パラメータ s_k を選択する。この s_k について最小2乗法を用いて、未定係数 a_i, b_i を決定できるのである。2乗誤差を f とすると、

$$f = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^M \left(\sum_{i=1}^N \frac{a_i}{s_k + b_i} - \bar{v}_k \right)^2 \quad \dots (10)$$

ここに、 M は変換パラメータの数、 N は近似関数の項数である。 $N=2$ とすれば、(9)式より a_1, a_2 の値が決まり、 b_2 は

$$\sum_{k=1}^M \left(\frac{v_0}{s_k} + \frac{v_0 - v_{\infty}}{s_k + b_2} - \bar{v}_k \right) \times \frac{1}{(s_k + b_2)^2} = 0 \quad \dots (11)$$

から求められる。

以上のようにして、極限值定理を満足し、かつ精度の良い数値ラプラス逆変換を行なうことができる。

3. 数値解析例

尾道大橋と大阪川崎橋について解析を行なった。荷重としてはクリープの原因として活荷重の影響も大きいと考えられるがここでは主桁の自重が $t=0$ ににおいて載荷されたと仮定して計

算をした。また、問題となるのは、3要素モデルの E_1, E_2, η の値であるが、 $t=0$ でステップ応力の σ_0 が作用するとき、ひずみは (2) 式をラプラス逆変換すると次式となる。

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_2} (1 - e^{-\eta t}) \quad \dots (12)$$

第2項がクリープひずみであり、10年間のクリープひずみが 0.018% という尾道大橋の資料を参考にすれば、 $E_1 = E_2 = 1.6 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ としたとき、 $\eta = 3.5 \times 10^7 (\text{kg/cm}^2)/\text{year}$ となる。Fig 2, 3 に尾道大橋と川崎橋の主桁のたわみの経時的な変化を示し、さらに Fig 4, 5 にそれぞれの代表的な点 (尾道大橋 A 点、川崎橋 B 点) について、そのクリープ曲線を示した。なお、詳細は当日発表する。

4. 参考文献

- 1) 尾道大橋ロックドコイルロープのクリープについて、関西道路研究会道路調査研究委員会資料、1977
- 2) 和泉有祐、構造物の粘弾性解析における効率化に関する基礎的研究、京都大学修士論文、1980

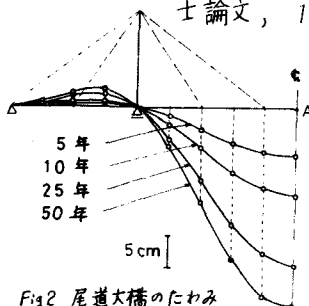


Fig 2 尾道大橋のたわみの経時変化

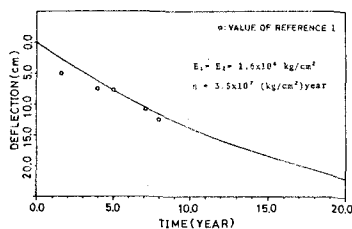


Fig 4 尾道大橋A点のクリープ曲線

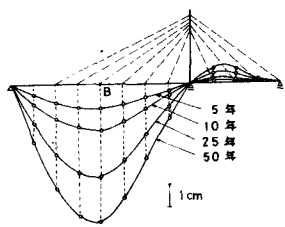


Fig 3 川崎橋のたわみの経時変化

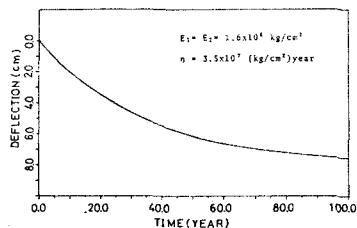


Fig 5 川崎橋B点のクリープ曲線