時間変動の安全性指標への導入に関する一考察

京都大学工学部　正　員　白石　成人　京都大学工学部　正　員　古田　均
京都大学大学院　学生員○川村　幸男

1、まえがき　従来の2次モーメント法では、各種不確定要因の時間的変動の影響を十分に取り入れることができず、また分布形に関する情報を反映さすことができないという欠点が存在する。本研究では、荷重および抵抗に関する時間的変動を安全性指標の計算に導入し、構造安全性の経時的変化について検討を加える。まず、荷重の最大値の分布に注目し、その平均と標準偏差を利用して安全性指標の経時的変化を調べる。次に、ある時刻まで構造物が生き残ったという非破壊条件を考慮した場合の安全性指標の変化について考察を加える。さらに、非破壊効果と強度劣化を考えたときの残存抵抗力の分布に関する情報を、Rackwitzの方法を用いることにより、安全性指標に反映さすことを試みる。

2、時間変動を考慮した安全性指標の計算法　時間的に変動する荷重$S(t)$をランダム列$\{S_i\}$で置き換えると、構造物は繰り返し荷重を受けると考えることができる。このような繰り返し荷重を受ける場合の安全性指標βは、一般に次式のように求められる。

$$\beta = \operatorname*{Min}_{k=1}^{n} \{\beta_k\} \qquad \text{—(1)}$$

β_k；k回目の繰り返し荷重に対する安全性指標，n；繰り返し数

いま、$S(t)$が定常確率過程であるとすると、β_kはすべて同じ値をとり、荷重の繰り返しによる影響がβの計算に含まれないことになる。そこで、荷重の繰り返しの影響を$\{S_i\}$の最大値に注目をし考慮する。このとき、βはS_iの最大値S_{max}の平均$\mu_{S_{max}}$，標準偏差$\sigma_{S_{max}}$を用いて以下のように表わせる。（ただし、破壊条件式は$R - S_i < 0$；R：抵抗）

$$\beta = (\mu_R - \mu_{S_{max}}) / \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_{S_{max}}^2} \qquad \text{—(2)}$$

荷重が時間tの連続関数である場合には、荷重の最大値の分布は、荷重$S(t)$が閾値sを正勾配で交差する割合がポアソン過程に従うと仮定すると、以下のように近似的に求めることができる。[1)]

$$F_{M,T}(s) = P_r(S_{max} < s) = P_r(S < s)_{t=0} \cdot P_r(\text{no upcrossing of level } s) = F(s) \cdot \exp\left[-\int_0^T \nu_s^+ dt\right] \qquad \text{—(3)}$$

ただし、$F_{M,T}$；最大値の分布関数，$F(s)$；任意時刻の$S(t)$の分布関数，ν_s^+；$S(t)$の閾値sの平均正勾配交差回数，$P_r(\cdot)$；確率

このとき、荷重の最大値の平均，分散は、確率密度関数$f_{M,T}(s)$ $(= dF_{M,T}(s)/ds)$を用いて

$$\mu_{S_{max}} = \int_{-\infty}^{\infty} s \cdot f_{M,T}(s)\, ds \qquad \text{—(4)} \qquad\qquad \sigma_{S_{max}}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} s^2 \cdot f_{M,T}(s)\, ds - \mu_{S_{max}}^2 \qquad \text{—(5)}$$

となる。つぎに、非破壊効果を考えると、荷重と抵抗は独立でなくなり、$F_{M,T}$を求めるために危険関数を用いることが必要となる。[2)] 危険関数$h(t|s)$は構造物が時刻tまでに生き残っているという条件下で、次の微少時間dt内で破壊する確率を表わす。このとき、$S(t)$の条件付最大値の分布関数$F'_{M,T}(s)$は、$S(t)$が定常過程であると仮定すると、

$$F'_{M,T}(s) = F(s) \cdot \exp\left[-\int_0^t h(\tau|s)\, d\tau\right] = F(s) \cdot \exp\left[-\nu_s^+ t / F(s)\right] \qquad \text{—(6)}$$

式(6)から、式(4),(5)と同様に$\mu_{S_{max}}$，$\sigma_{S_{max}}$が求まり、安全性指標βの値が計算できる。

3、強度劣化の安全性指標への影響　大きな荷重を受けると、構造物は強度劣化をおこ

Naruhito SHIRAISHI , Hitoshi FURUTA , Yukio KAWAMURA

し、残存抵抗力の分布は非破壊効果により、すそ切りされた形で表わされる。ℓ個の繰り返し荷重を受けた残存抵抗力$R_0^{(\ell)}$の確率分布は、[3)]

$$F_{R_0}^{(\ell)}(x; S_1, S_2, \cdots, S_\ell) = \frac{F_{R_0}\left(\frac{x}{\alpha_{\ell 1}(S)}\right) - F_{R_0}\left(\frac{\sigma_{max}^{(\ell)}}{\alpha_{\ell 1}(S)}\right)}{1 - F_{R_0}\left(\frac{\sigma_{max}^{(\ell)}}{\alpha_{\ell 1}(S)}\right)} H(x - \sigma_{max}^{(\ell)}) \quad (7)$$

F_{R_0}; 初期抵抗力の確率分布, H(·); Heaviside step function

ここで、非正規分布を正規分布に近似させる、R. Rackwitz の方法[4)]を用いて、$R_0^{(\ell)}$の平均と分散を修正し、安全性指標に分布形の変化の影響を反映さすことを考える。分布形の平均と分散の変換式は、

$$\sigma' = \frac{\phi(\Phi^{-1}F(X^*))}{f(X^*)} \quad (8) \qquad \mu' = X^* - \Phi^{-1}(F(X^*))\cdot\sigma' \quad (9)$$

$F(x)$; 非正規分布, $\Phi(x)$; 標準正規分布, X^*; 設計点
$f(x) = dF(x)/dx$, $\phi(x) = d\Phi(x)/dx$

式(8),(9)を式(2)に適用して安全性指標が計算できる。

4、数値計算例および考察　非破壊効果を考えた場合(CASE A)と考えない場合(CASE B)の比較を、Fig.1~3に示す。Fig.1よりβはνTが小さい場合には差が見られ、大きくなると一致する。これは、構造物完成後の初期段階では、非破壊効果を考慮し、より正確な安全性評価が必要であるが、長期的には荷重と抵抗は独立であると仮定して計算を行なってもよいことを示している。次に、繰り返し荷重による抵抗の分布形の変化の影響を調べた。結果をFig.4に示す。この計算例では顕著な差が見られなかった。これは、シミュレーションで発生させた荷重が小さく、またRackwitzの方法が非正規分布のすそ部分を設計点で正規分布に合わせることが原因であると思われる。なおFig.1~4のInput DataをTable 1に示す。

5、あとがき　本研究では、不確定要因の時間的変動を安全性指標の計算に導入することを考えた。構造安全性の経時的変化を考える場合、構造物完成直後とその後の安全性を評価するには、異なる手法を用いることが必要であることがわかった。すそ切りされた分布形の情報を安全性指標に反映さすにはRackwitzの方法では不十分であり、今後の研究が必要である。

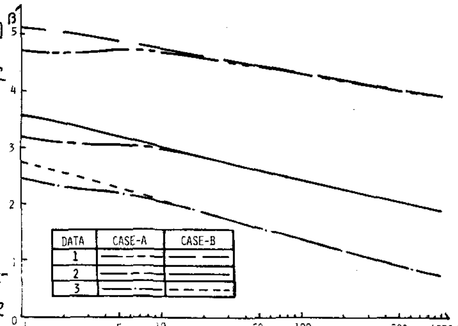

Fig.1 Safety Index in the Time Domain

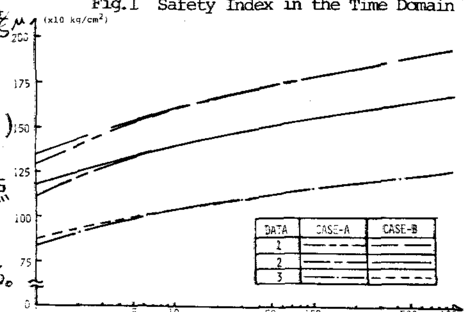

Fig.2 Mean Value of Load

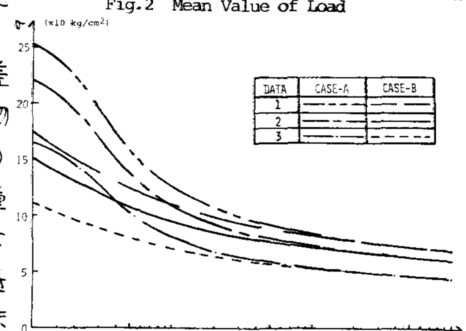

Fig.3 Standard Deviation of Load

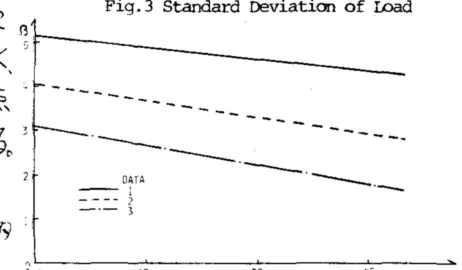

Fig.4 Change of Safety Index

Table 1 (kg/cm2)

D A T A	1	2	3
Mean of Load	760	950	1140
St.Dev.of Load	152	190	228

Mean,St.Dev.of Resistance =2100,210

参考文献: 1) Turkstra, ASCE, EM4 1978, 2) 小池, 土木学会論文集 240号, 1978, 3) 小池, 他, 土木学会論文集 228号 1974, 4) Rackwitz, CEB, 1976