

ファジィ理論の構造物の信頼性解析への適用

京都大学工学部 正員 白石成人, 京都大学工学部 正員 古田 均
大 阪 瓦 斯 正員 池島賢治

1. まえがき 構造物の安全性評価において考慮すべき種々の不確定性には、確率論的に定量化しえない要因が数多く存在する。Blockley¹⁾は、それらの要因をファジィ理論を用いて扱うことを考え、その有効性を示している。さらに、筆者らは、Blockleyの方法を拡張し、ファジィ確率の概念を基に、主観的不確定性を確率密度関数に反映させる信頼性解析法を提案した。しかし、実際の構造物の設計問題には、確率密度関数を求めることができず、取りうる値の範囲のみが知られているような設計パラメータが数多く存在する。そこで、本研究では、ファジィ可能性測度の概念を導入することにより、従来、経験的に決定されていくような設計パラメータの値の決定に、合理的な根拠を与えることを試みる。さらに、本手法を鉄筋コンクリートばりの終局強度設計に適用することにより、その有効性あるいは問題点について検討を加える。

2. ファジィ可能性測度を用いた信頼性解析法 ファジィ理論を用いた安全性評価を行う場合の重要な問題点である帰属度関数の評価法として、本研究では、取り扱う簡便さから、Zadeh²⁾が提案したファジィ可能性測度に注目する。"XはA"という命題を表わす帰属度関数を $\mu_F(u)$ 、ファジィ集合 A_j を表わす帰属度関数を $\mu_{A_j}(u)$ とすると、Xが A_j に属する可能性測度 $\pi(A_j)$ は、Zadeh²⁾は、可能性(Poss.)を用いてつぎのように定義した。

$$\pi(A_j) \equiv \text{Poss}(X \text{ is } A_j) = \bigvee (\mu_F(u) \wedge \mu_{A_j}(u)) \quad (1)$$

いま、確率論的に評価しえない設計パラメータの値を y^* とすると、 y^* は、式(1)を用いて、

$$y^* = \bigvee_j \pi(A_j) \quad (2)$$

と決定することとができる。ここで、確率変数を z_i とすると、一般に、 $\beta = f(z_i, y^*)$ と書くことができる。ラングラムス・ファジィネスの両者を考慮した安全性指標が計算できる。

3. 鉄筋コンクリートばりの終局強度設計への適用 Hognestad³⁾の理論によると、単鉄筋長方形ばりの終局強度は、つぎのように計算することとができる。

$$\text{終局引張強度 } R_t : R_t = p \cdot f_y \cdot (1 - p \cdot f_y / 2 \cdot k_2 \cdot f_c) \quad (3)$$

$$\text{終局圧縮強度 } R_c : R_c = k_1 \cdot k_2 \cdot f_c \cdot k_u \cdot (1 - k_1 \cdot k_u / 2) \quad (4)$$

$$\text{すなわち、} k_u = \sqrt{p \cdot m_p + (p \cdot m_p / 2)^2 - P^{m_p} / 2} \quad (5) \quad m_p = (E_u \cdot E_s / k_1 \cdot k_2) f_c \quad (6)$$

p : 鉄筋比, f_y : 鉄筋の降伏点強度, f_c : コンクリートの引張試験圧縮強度, E_s : 鉄筋の断面係数
 E_u : 圧縮域におけるコンクリートの終局ひずみ, k_1 : コンクリートの最大圧縮強度に対するコンクリートの平均強度の比, k_2 : 引張試験圧縮強度に対するコンクリートの最大圧縮強度の比

Hognestad³⁾によれば、設計パラメータ k_1, k_2 は、 $0.7 \leq k_1 \leq 0.9$, $0.85 \leq k_2 \leq 1.0$ の範囲の値とされているが、設計における k_1, k_2 の値の決定法は明確ではない。そこで、本研究では、ファジィ理論に基づいてそれらの値を決定することとを考える。 k_1, k_2 の決定に影響を及ぼす不確定要因として、 k_{c-j} ($i=1, 3; j=1, 2, \dots, n_c$) を設定し、それそれの要因に対して、その

Naruhito SHIRAIISHI, Hitoshi FURUTA, Kenji IKEJIMA

Size P_j と Weight W_j を、言語変数を用いて表わす。 P_j, W_j に対応して、各々、帰属度関数 $\mu_{P_j}(w), \mu_{W_j}(w)$ を規定すると、要因 j について、複集合

$$P_j \cap W_j = \bigcup_{u,w} \mu_{P_j}(u) \wedge \mu_{W_j}(w) | (u, w) \quad (7)$$

が求められる。ここで、あるべき要因 $k_i - j$ ($j=1, 2, \dots, n_i$) に関する総合時評価値 $P_i(u, w)$ は、

$$P_i(u, w) = \bigcup_{j=1}^{n_i} (P_j \cap W_j) = \bigcup_{u,w} \bigvee_j (\mu_{P_j}(u) \wedge \mu_{W_j}(w)) | (u, w) \quad (8)$$

として求めることが出来る。さらに、Weight の影響を考慮することにより、総合時評価 P_i に関する帰属度関数 $\mu_{P_i}(u)$ は、

$$\mu_{P_i}(u) = \bigcup_w \bigvee_j P_i(u, w) | u \quad (9)$$

と書くことが出来る。ここで、評価の精度に関する不確定性を表わすファジイ集合を A_{k_i} とし、その帰属度関数を $\mu_{A_{k_i}}(u)$ とする。ここで、 A_{k_i} の生起しうる可能性を表わすファジイ可能性測度 $\pi(A_{k_i})$ は、式(1)より、

$$\pi(A_{k_i}) = \bigvee_u (\mu_{P_i}(u) \wedge \mu_{A_{k_i}}(u)) \quad (10)$$

となる。そこで、式(2)により、ファジイ可能性測度を最大とする k_i の値を求め、式(3)、式(4)に代入することにより、主観的不確定性の影響を考慮した終局強度を計算することが出来る。

4. 数値計算例

k_1, k_3 の決定に影響を及ぼす要因を $k_i - j$ ($i=1, 3; j=1, \dots, 5$) とし、言語変数による評価の例を表1に示す。Small, Medium, Large に対応する帰属度関数は、それぞれ、帰属度関数の標準関数として知られている。2関数・ π 関数・S関数によって与えた、不確定要因の影響が Small の場合には、終局強度が大きくなると思われるから、

k_1, k_3 の値は各々の上限値をとり、Large の場合には、逆に下限値をとるようにならなければならない。表1の評価例に対応して、式(7)~式(10)により、 k_1 に関するファジイ可能性測度は図1として求められる。最大ファジイ可能性測度を与える点を探るとにより、 $k_1=0.895$ と決定することが出来る。そこで、文献5)に基づき、式(13)~式(16)の変数の値を仮定すると、全ての要因が Small, Medium, Large の場合および表1の評価例の場合に対して、それぞれ、表2の結果が得られ、主観的不確定性の影響により β の値が変化することになる。

5. 結論および今後、課題

本研究では、ファジイ可能性測度を用いて帰属度関数と評価することにより、従来、経験的に決められていた設計パラメータの値をファジイ論的に決定し、構造物の不確定性の影響を直接その信頼性設計に反映させることを試み、鉄筋コンクリートはりの終局強度設計に適用した。今後、不確定要因の詳細な分類、現行設計とのキャリブレーション等を行なうこと、本手法を実際問題へ適用する上で重要であると考えられる。

【参考文献】1) Blockley; Proc. of ICE, Vol. 59, 1975. 2) 西・石田・池島; 第5回、土木学会年報, 1980. 3) Hognitad; Jour. of ACI, 1952. 4) Zadeh; Fuzzy Sets and Systems, Vol. 1, 1978. 5) 高田・白木・上根; 土木学会年報, No. 269, 1978.

Parameter	Size	Weight
k_1-1	Medium	Large
k_1-2	Small	Medium
k_1-3	Medium	Very Large
k_1-4	Medium	Small
k_1-5	Medium	Small
k_3-1	Large	Medium
k_3-2	Medium	Very Large
k_3-3	Medium	Medium
k_3-4	Small	Small
k_3-5	Large	Small

表1. 要因評価の例

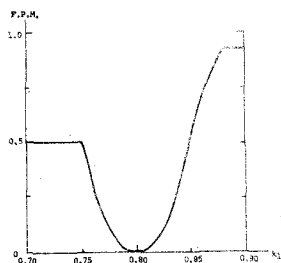


図1. ファジイ可能性測度 $\pi(A_{k_1})$

Parameter Estimates		k_1	k_3	R_T (kg/cm ²)	β_T	R_c (kg/cm ²)	β_c
k_1	k_3						
Small	Small	0.900	1.000	79.84	5.10	94.58	5.94
Medium	Medium	0.800	0.875	76.86	5.02	80.25	5.11
Large	Large	0.700	0.750	72.88	4.86	66.06	4.08
Example		0.895	0.763	73.34	4.88	75.41	4.74

表2. 終局強度、安全性指標の計算例