

積分方程式法による動弾性問題の固有振動モードの解析

京都大学工学部 正員 丹羽義次

京都大学工学部 正員 小林昭一

京都大学工学部 正員 北原道弘

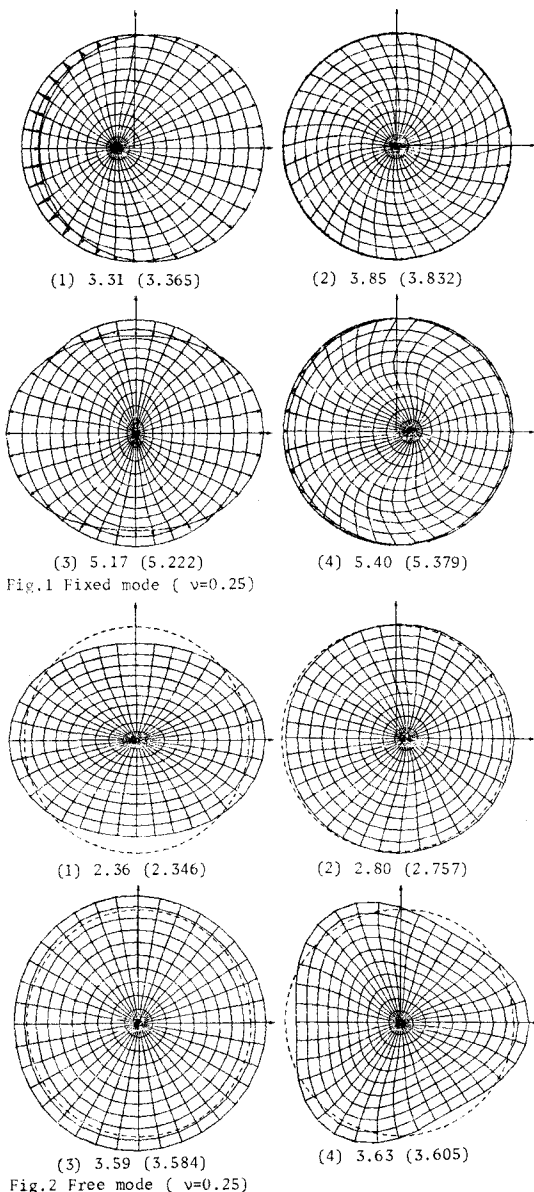
1. はじめに 本報告においては弾性体の基本的な面内固有振動モードを積分方程式法により解析し弾性体の固有振動モードの特徴を確認する。また一応用例としてダムの固有振動問題の解析例を示す。

2. 基本問題と解析手法 基本問題としては円形と円環領域を考え、固定、自由、混合境界条件を考える。積分方程式はGreen表示を用いた通常の動弾性問題の積分方程式であり用いる基本解は次のようなものである。

$$U(x, y; \omega) = \frac{1}{4\pi} [H_0^{(1)}(kr) - \frac{1}{2} \frac{H_0^{(1)}(kr)}{H_0^{(1)}(ka)} H_0^{(1)}(ka) - \frac{1}{2} \frac{H_0^{(1)}(kr)}{H_0^{(1)}(ka)} H_0^{(1)}(ka)]$$

ここに、 ω, μ, k, r, a はそれぞれ角振動数、横弾性係数、横波、縦波の波数であり、 $H_0^{(1)}(kr)$ は第1種の0次のHankel関数である。

3. 円形領域の固有モード Fig.1, 2はそれぞれ固定、自由辺の場合の固有値、固有密度、固有モードを示している。各国の下には本手法により求めた固有値 Qr (Q は r の半径) を、括弧内には周波数方程式より求めた固有値を示している。円形境界上の値は本手法により得られた固有値に対応する固有密度であり、内部の値はこの密度に対応する固有モードである。固定辺の場合の固有密度は応力ベクトルであり、その向きを矢印で示している。これらの図で注意することは、第1モードは一様密度(円周上で一一定値)に対応するモードではないことである。一様密度に対応するモードは固定条件については第3モード(純収縮)、自由条件については第1モード(純膨張)に現われる。第1モードを理解するには、基本解は0次のHankel関数の2階微分より構成されており、変位はその積分により表わされ、応力はその微分により表わされると



いう点に注意すればよい。

4. 円環領域の固有モード Fig.3 は外側と内側の円周共に自由辺, Fig.4 は外側の円周が固定辺, 内側の円周が自由辺の場合の固有値 α_{kr} (α は外側の円の半径), 固有密度, 固有モードを示している。

5. ダムの固有モード 一応用例として, ダムの固有振動モードの解析結果を示したものが Fig.5 である。実際のダムとしては, 高さ h が 91.44 m, 底辺 b が 274.32 m, ポアソン比 ν が 0.45, 横弾性係数 E が 1771.0 kgw/cm^2 (0.193 GE), 密度は 2.08 t/m^3 のものを想定している。この問題は Clough¹⁾ 等が FEM により解析を行っており, 彼等の結果との比較のために各図の下部には本手法により得られた固有値 α_{kr} を角振動数 ω に換算して示してある。() 内に示した値は Clough 等の結果である。また各図のダム基底部の一点鎖線はダム基底部に生じる基底反力を示しており, セン断, 引張, 曲げが支配的なモードの順に固有振動が生じていることがわかる。

6. おわりに 円環領域の固有値問題の解析は定常外部場の解析と一部類似点を有しており構造的におもしろい問題であり詳細については当日報告する。

1) Clough, R.W. and Chopra, A.K.; *Earthquake stress analysis in earth dams*, ASCE, EM2, 1966, pp.199-211.

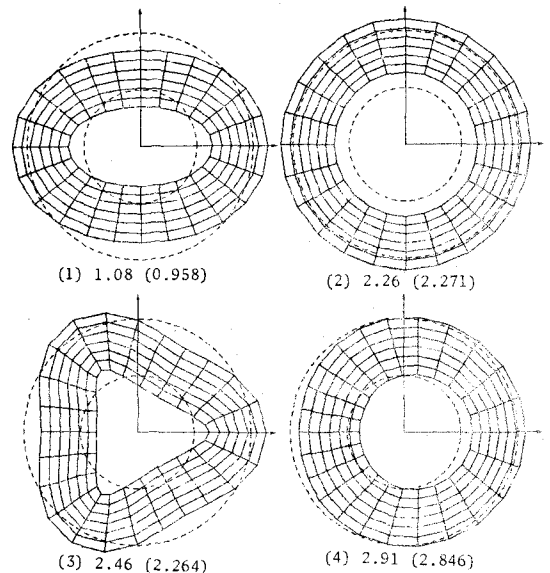


Fig.3 Free-free mode ($\nu=0.25$)

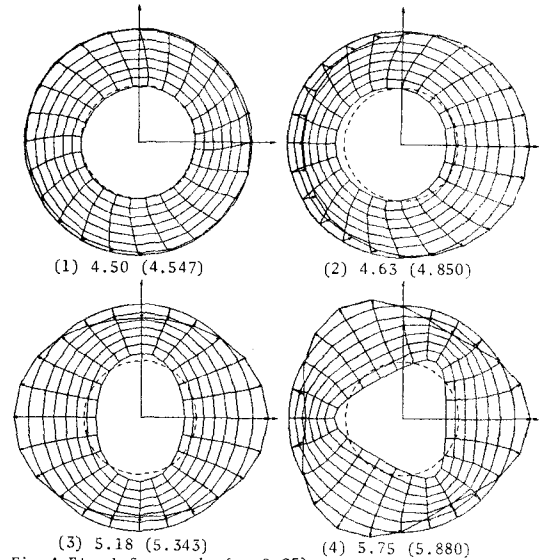


Fig.4 Fixed-free mode ($\nu=0.25$)

Fig.5 Dam mode ($\nu=0.45$)

