

積分方程式法による半無限弾性体中の空洞群周辺の動的応答解析

京都大学工学部	正 員	丹羽 義次
京都大学工学部	正 員	大津 政康
京都大学工学部	正 員	北原 道弘
京都大学大学院	学生員	○山本 正昭

1. はじめに

近年、石油等の地下備蓄が注目されており、これに伴って地下構造物および周辺地盤の耐震性について問われることが多くなっている。この耐震性を検討するためには、周辺地盤を含めた動的解析が必要となる。この動的解析の第1段階として、本研究では地盤を等方均質でかつ線形な弾性体と考え、半無限弾性体中に空洞群が存在し、そこに平面波が入射したときの空洞群周辺の変形状態を解明することを目的として、定常弾性波動問題における積分方程式を構成し、積分方程式法により動的応答解析を試み、さらに局所的な共振現象についての考察も試みた。

2. 基礎式

均質な線形弾性体の定常場は、次のNavier-Cauchyの式により支配される。

$$\mathcal{L}_{ij} u_j \equiv C_{ij}^2 u_{i,jj} + (C_{ii} - C_{ij}^2) u_{j,ji} + \omega^2 u_i = -f_i \quad (1)$$

u_i は変位成分、 f_i は単位質量当りの物体力、 λ, μ はLameの定数、 $G = \sqrt{\mu/\rho}$ 、 $C_L = \sqrt{(2\mu + \lambda)/\rho}$ は横波と縦波の波速である。また応力の作用素を

$$T_{ij} \equiv \lambda n_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \mu \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \mu n_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2)$$

と定義すると応力ベクトルの成分 t_i は $t_i = T_{ij} n_j$ と書ける。ここで n は考えている領域に対する外向き単位法線ベクトルである。

3. 基本解と積分方程式

基本解 $U_i^*(x, Y; \omega)$ は点 Y に作用する x_k 方向の単位の集中力によって点 X に生ずる x_i 方向の変位という意味をもち、これは次式を満足する。

$$\mathcal{L}_{ij} U_i^*(x, Y; \omega) = -\delta(x - Y) \delta_i^* \quad (3)$$

δ_i^* はクロネッカーのデルタ、 $\delta(x - Y)$ はディラックのデルタ関数である。

いま $T_i^*(x, Y; \omega) = T_{ij} U_j^*(x, Y; \omega)$ と定義すると相反作用の定理により、次のSomiglianaの公式

$$\iint_{\partial D} U_i^*(x, Y; \omega) f_j(n) dV_j + \iint_{\partial D} \{U_i^*(x, Y; \omega) t_j(n) - U_j^*(x, Y; \omega) t_i^*(n)\} dS_j = F(x) u_i(x) \quad (4)$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & (x \in D_+) \\ 1/2 & (x \in \partial D) \\ 1 & (x \in D_-) \end{cases}$$

基本解 $U_i^*(x, Y; \omega)$ は2次元問題の場合には次の様に得られる。

$$U_i^*(x, Y; \omega) = \frac{1}{4\pi} \{H_0^0(k_r r) \delta_i^* + \frac{1}{k_r} \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial}{\partial x_k} \{H_0^0(k_r r) - H_0^0(k_L r)\}\}$$

ここで、 $r = |x - Y|$ 、 k_r, k_L は横波と縦波の波数 $k_r = \frac{\omega}{G}$ 、 $k_L = \frac{\omega}{C_L}$ である。いま外部定常弾性波動問題を考える。(ただし、 $f_i(x) = 0$ とする。) 入射波による変位を $u_i^s(x)$ 、入射波が境界に達することにより発生する波による変位を $u_i^r(x)$ 、さらに全体の変位を $u_i^t(x)$ とすると、

$U_i^T(x) = U_i^T(x) + U_i^T(x)$ となる。いま全体の変位 U_i^T に対し、外部場の積分方程式を構成すると、次の様になる。

$$\frac{1}{2} U_i^T(x) = U_i^T(x) + \iint_D \{U_i^T(x, y; \omega) t_i^T(y) - U_i^T(y) T_i^T(x, y; \omega)\} dS_y, \quad x, y \in \partial D. \quad (5)$$

また外部場は、次式により表示される。

$$U_i^T(x) = U_i^T(x) + \iint_D \{U_i^T(x, y; \omega) t_i^T(y) - U_i^T(y) T_i^T(x, y; \omega)\} dS_y, \quad x \in D. \quad (6)$$

4. 数値解析例

解析の妥当性を確認するために、無限弾性体中に空洞が1つある場合について解析を行ない、得られた結果とC.C.Mow等によって求められた結果を比較したものが、Fig.1, Fig.2である。実線は本手法によって得られた値であり、丸と三角はC.C.Mow等によって示された値である。(K_aは空洞の半径aによる無次元化した横波の波数である。)

両者の結果はよく一致していることがわかる。次に半無限弾性体中に空洞が1つある場合について、平面P波とSV波をそれぞれ鉛直下方から入射させた場合の変位を示したものがFig.3とFig.4である。円と水平の破線は、変形前の空洞と半無限境界を示す。矢印は各点での変位ベクトルを示す。左端の破線からSV波のときは矢印が、P波のときは実線が出ている。これは入射波による変位を表わしている。ただし、P波の場合は実線が右に出ているものが上向きの変位を示す。Fig.5は半無限弾性体中に空洞が4つある場合の局所的な固有値に対応する波数をもった波を入力した場合の変位の状態を表わした図である。詳細は発表の当日に報告する。

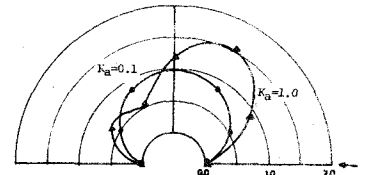


Fig.1 Distribution of $|u_r|$ for values K_a with $v=0.25$

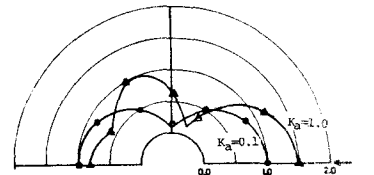


Fig.2 Distribution of $|u_\theta|$ for values K_a with $v=0.25$

参考文献

- 1) C.C.Mow and L.J.Mente, Dynamic Stresses and Displacements Around Cylindrical Discontinuities Due to Plane Harmonic Shear Waves, Journal of Applied Mechanics, Vol.30, 1963, pp.598-604.

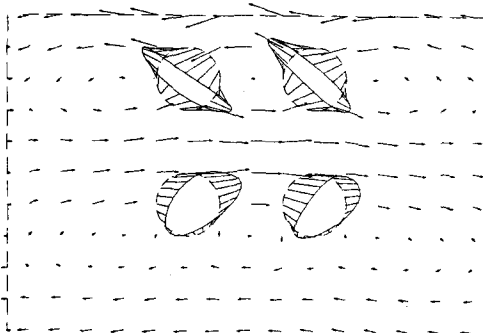


Fig.5 Distribution of displacement vectors around cavities for $K_a=0.55$ (Incident SV-wave)

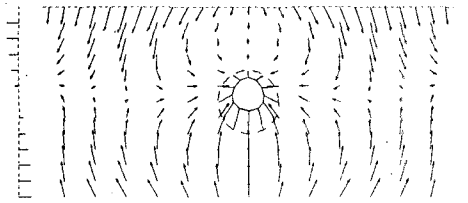


Fig.3 Distribution of displacement vectors around a cavity for $K_a=1.0$ (Incident P-wave)

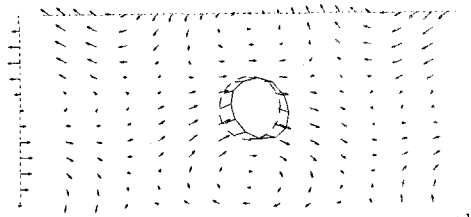


Fig.4 Distribution of displacement vectors around a cavity for $K_a=1.0$ (Incident SV-wave)