貯水池堆砂捕捉率に関する研究

京都大学防災研究所　正　員　芦田和男
京都大学防災研究所　正　員　澤井健二
京都大学大学院学生員　○松尾勉

1．まえがき　貯水池において上流から流入する土砂量のうち何パーセントが捕捉されるかを示す指標である捕捉率について検討することは，流域における土砂収支を検討する上での一つの重要な課題である。この捕捉率を浮遊砂の濃度分布を表す拡散方程式にもとづいて考慮する方法は有効なアプローチであるが，その境界条件のとらえ方によって解が大きく異なる可能性がある。浮遊砂の堆積過程に関する従来の研究では，混合粒径の効果を単に均一粒径のものの線型的な重ね合わせとしてとらえたものが多いが，本研究においては底面の境界条件に非線型な混合粒径の影響をとり入れたモデルを考え，各粒径階ごとに均一粒径としてもとめられた場合との比較検討を行なう。

2．浮遊砂による堆積過程のモデル　定常状態での貯水池内の濃度分布の基礎式は，

$$v\frac{\partial C_k}{\partial x}=\varepsilon\frac{\partial^2 C_k}{\partial z^2}+w_k\frac{\partial C_k}{\partial z} \quad \text{-----(1)}$$

と表される。上流の境界条件は，$x=0$ において

$$C_k=f_{ok}\cdot C_{Bk}\left(\frac{w_k}{u_{*o}}\right)\cdot e^{-(w_k/\varepsilon_o)z} \quad \text{-----(2)}$$

と与えられるものとする。水面での境界条件は，つり合い条件より

$$\varepsilon\frac{\partial C_k}{\partial z}+w_k C_k=0 \quad \text{-----(3)}$$

で与えられる。一方，底面での境界条件は，底面濃度が低ければ堆積が生じず，断面流砂量が保存されて，

$$\frac{\partial}{\partial x}Q_{sk}=0 \quad \left(\sum_k\frac{C_k}{C_{Bk}}\leq 1\right) \quad \text{-----(4)}$$

となり，底面濃度が高ければ堆積が生じ，浮上量が河床の粒度割合に規定されて，

$$\varepsilon\frac{\partial C_k}{\partial z}+f_k w_k C_{Bk}=0 \quad \left(\sum_k\frac{C_k}{C_{Bk}}\geq 1\right) \quad \text{-----(5)}$$

となるものと考えられる。ここに，h：水深，v：流速，ε：拡散係数，w_k，f_k，C_k，C_{Bk}，Q_{sk}：それぞれ粒径階kの粒子の沈降速度，河床に占める割合，各点の濃度，平衡状態における底面濃度，および流砂量で，$C_B\left(\frac{w_k}{u_*}\right)$は図-1で与えられる[1]。ただし，流速および拡散係数は断面平均値で代表できるものとし，$Q_{sk}=v\int_A C_k\,dA$，$\varepsilon=\kappa u_* h/6$ とおく。また添字0は$x=0$における値を示す。(5)式は型式的には倉田[2]の与えたものと同じであるが，ここでは次のようにf_kを河床の上昇速度と結びつけ，さらにそれを濃度の関数としてもとめるのである。すなわち，

$$f_k=\frac{\partial z_k}{\partial t}\Big/\sum\frac{\partial z_k}{\partial t} \quad \text{-----(6)}$$

$$\frac{\partial z_k}{\partial t}=\left[w_k C_k+\varepsilon\frac{\partial C_k}{\partial z}\right]_{z=0} \quad \text{-----(7)}$$

3．数値計算による結果の検討　断面xにおける貯水池の断面形状を次式で表す。$h_x=h_o\left\{1+b\left(\frac{x}{\ell}\right)^n\right\}$，$A_x=A_o\left\{1+a\left(\frac{x}{\ell}\right)^m\right\}$，$b=(h_\ell-h_o)/h_o$，$a=(A_\ell-A_o)/A_o$。ここに，$A$：流水断面積，添字$\ell$は下流端（$x=\ell$）での値を示す。(1)～(5)式を$x=0$での水深$h_o$，平均流速$v_o$，断面平均濃度$\overline{C}_o$等を用いて無次元化し，$X=\frac{x}{\ell}$，$Z=\frac{z}{h}$，$V=\frac{v}{v_o}$，$W=\frac{w}{v_o}$，$C=\frac{C}{\overline{C}_o}$ とすると，(1)式は次式のようになる。

$$\frac{\partial C_k}{\partial X}=\frac{\kappa}{6\varphi}\cdot\frac{1}{1+bX^n}\cdot\frac{\ell}{h_o}\cdot\frac{\partial^2 C_k}{\partial Z^2}+W_k\frac{1+aX^m}{1+bX^n}\cdot\frac{\ell}{h_o}\cdot\frac{\partial C_k}{\partial Z} \quad \text{-----(8)}$$

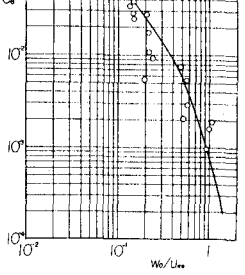

図-1　平衡状態における底面濃度

Kazuo Ashida, Kenji Sawai, Tsutomu Matsuo

ここに，κ：Kármán定数，φ：流速係数（v/u_*）で，それぞれ一定として，κ=0.4，φ=25とおく。貯水池形状を表す係数は，それぞれ a=25，b=5，m=2，n=1，$\frac{l}{h_0}$=500で与えられ，$w_1=1\times10^{-2}$，$w_2=3.6\times10^{-3}$，$w_3=1.6\times10^{-3}$，$w_4=4\times10^{-4}$の粒径階の土砂が，$f_{01}=0.1$，$f_{02}=0.03$，$f_{03}=0.01$，$f_{04}=0.0025$で同時に流入するときの計算結果を図-2，図-3に示す。さらに図-3には各粒径階のものが単独に流入するときの結果も点線で示す。

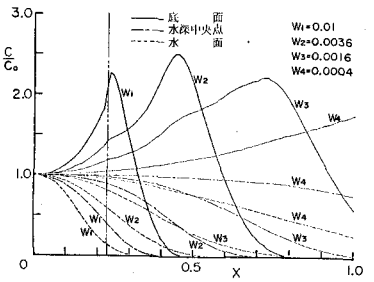

図-2　濃度の場所的変化

これらの図から明らかなように，細かい粒径のものはそれより大きな砂礫きの挙動に影響され，$\sum\frac{C_k}{C_{Bk}}=1$　となる点で同時に堆積を開始する。たとえば，$w=0.0004$のものはそれだけが単独に流入すればすべて下流端より流出するが，他の粒径階のものと同時に流入すると15%程度は貯水池に捕捉される。このように粒径階ごとのふるい分けは完全には行われず，下流へいくにつれて順次最大粒径が小さくなっていく。図-4には各f_kの場所的変化を示すが，図-3と対応させることにより，大きな粒径の成分のf_kがピークに達しその場の堆積機構を支配していることがわかる。この後は単一粒径による堆積過程に漸近していく。以上のことから，堆積完了点については他の粒径階に影響されることはほとんどなく，単一粒径として各々計算した場合とほぼ一致することが知れる。図-3においてもそれが確認されよう。なお，各粒径階とも$w_k/u_*\fallingdotseq1.5$の付近で堆積が完了していることは注目される。

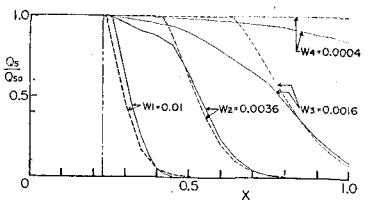

図-3　各断面における流砂量

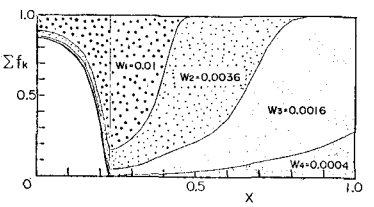

図-4　f_kの場所的変化

つぎに，各断面における通過土砂量をその断面における平衡流砂量と比較してみよう。(1)式より平衡状態の濃度分布は指数分布となり，断面平均濃度$\overline{C}$は，$\overline{C}=\frac{f}{h}C_B\left(\frac{w}{u_*}\right)\times\frac{\varepsilon}{w}\left(1-e^{-\frac{w}{\varepsilon}h}\right)$　となる。これから平衡流砂量$\overline{Q_s}$をもとめ，Q_sとの比を示したものが図-5である。ただし，$\overline{Q_s}$の算定においてはf=1とおいている。このように，捕捉率が問題とされるような小さい粒径のものについては，平衡状態の濃度分布式を用いるとf=1とおいても濃度をかなり小さく見積ることになり注意を要する。

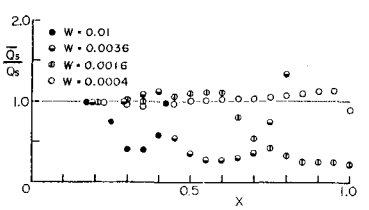

図-5　数値計算による流砂量(Q_s)と平衡流砂量($\overline{Q_s}$)との比較

4. あとがき　以上，貯水池堆砂の捕捉率を求めることを目的として，浮遊砂の堆積過程について理論的に考察した。濃度成層や密度流の効果はモデルに組み入れなかったが，大出水時や小さな貯水池を対象とすればここに述べたようなモデルが適用できるものと思われ，今後実証していきたいと考えている。

参考文献　1) 道上正規：流砂と河床変動に関する基礎的研究，京都大学学位論文，1972.
2) 合田　健：上水浄化における水理学上の基礎的諸問題，京都大学学位論文，1956.