

開水路合流部の水理特性について
—コントロールボリューム法による一次元解析—

大阪府立工業高等専門学校 正員 多田博登

1. はじめに。

開水路合流部の水面形計算の接続において、大型計算機による計算精度の向上に伴ない合流による流山の損失、あるいは渦流の効果が無視できず大きさとなる。

このような合流部での上流側と下流側の水深の関係は、コントロールボリュームを仮定すると運動量方程式が適用でき、更に適当な仮定を設けることにより一般的な解として求めることができる。特に流れが常流で、流量比と水路の幾何特性の関係が与えられる外のパラメータが一定の条件を満たしている場合、コントロールボリューム長を水路幅の数倍のオーダーと考えれば、理論解の特性と実験結果はよく一致することを示した。¹⁾

本研究は、上の解の適用範囲を明確に示し、射流の場合についても検討するものである。

2. 解の適用範囲

i) 常流の場合：図-1の合流模型に従い、もし、水路全体で常流を仮定すれば、基礎式は次式で表わされる。

$$2F^2 = x(x^2 - 1)/(x - \eta) \quad (1)$$

$$\therefore \eta = c^2 + (1 - c)^2 \cos \theta / k \quad (2)$$

ここで、 $x = h_J/h$ 、 h_J および h ：それぞれ断面 J と O における水深、 $F^2 = Q^2/(gB^2h^3)$ 、 c ：本川の合流点上流側の流量と下流側流量の比、 θ ：本・支川の合流角、 k ：支川水路幅と本川の支川 B の比、および式(2)で表わされるのは流量比と水路の幾何特性 (c および k) によって表わされるパラメーターひ一般に外から与えられる量であると考えられる。式(1)は、水深比はコントロールボリューム最下流端のフルード数と、 η によらずとも表わされる。ここで $|\eta| \leq 1$ とすれば $0 < F \leq 1$ の範囲で式(1)の解は次式となる。

$$x = 2 \left(\frac{1+2F^2}{3} \right)^{1/2} \cos \left[\frac{\pi - \cos^{-1} \left\{ \eta F^2 / \left(\frac{1+2F^2}{3} \right)^{3/2} \right\}}{3} \right] \quad (3)$$

また $|\eta| > 1$ の場合は、 $0 < F \leq F_*$ の場合にのみ式(3)の解が存在する。ここで F_* は η との関係として表わされる。逆に F が与えられれば解は $|\eta| \leq \eta_*$ の場合に存在し、 η_* は F の関係として表わされる。すなはち、

$$\left. \begin{aligned} F_* &= \eta \left[\frac{1}{2} - \cos \left\{ \frac{2\pi - \cos^{-1}(2/\eta^2 - 1)}{3} \right\} \right]^{3/2} \\ \eta_* &= \left(\frac{1+2F^2}{3} \right)^{3/2} / F^2. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

図-2に、 η をパラメーターとして x と F の関係(式(3))を示す。図中に式(4)の境界も示してある。特に、 $|\eta| \leq \eta_*$ の場合は $x < 1$ であり、また F が F_* に近づく程 x は急激に減少しており、これは現象が不安定であることを意味していると考えられる。

Tada Hiroto

ここで解の存在する場合は、水路の系として常流が保たれる場合であり、 $\eta < -1$ 、かよび $\eta > \eta^*$ の場合は条件として少くとも二つ射流となり跳水が入る場合であり、ここでは解析が不可能であるとして適用範囲外と看る。

ii) 射流の場合；系全体が射流の場合は i) と同様に求められるが、up stream control である点のみが異なる。 $x' = h/h_1$, $r = h_2/h_1$, および $\eta/2 = (F_1/i)^2 = \alpha Q^2/(gB^2 h_1^3) \geq 1$ とする。外的パラメーター η' は次式となる。

$$\eta' = i^2 + (1-i)^2 \cos \theta / K / r \quad (5)$$

$1 \leq \eta' \leq 1 + \frac{1}{3}/2$ の全の範囲で解は存在し次式で表される。

$$x' = 2 \left(\frac{\pi(\eta/3 + 1)}{3} \right)^{1/2} \cos \left[\frac{\pi - \cos^{-1} \left\{ \frac{\eta/2}{(\eta/3 + 1)^{1/2}} \right\}}{3} \right] \quad (6)$$

$\eta < 1$ では $\eta^* \leq \eta' < 1$ の場合のみ式(6)で表される解が存在し、その範囲は $\eta^* \leq \eta' \leq \frac{1}{3}/2$ である。境界値は η^* が次の式となる。

$$\begin{aligned} \eta^* &= \left\{ 3 \left(\frac{1}{3}/2 \right)^{2/3} - 1 \right\}^{1/3} \\ \eta^* &= \frac{1}{\pi^2} \left[\frac{1}{2} + \cos \left\{ \frac{\pi - \cos^{-1} (2\eta'^2 - 1)}{3} \right\} \right] \end{aligned} \quad \} \quad (7)$$

$\eta' < \eta^*$ の場合は系として射流が維持されない場合である。図-3 は η' をパラメーターとして x' との関係を示す。

3. わりに

常流の解は狭い実験範囲では妥当であることは確かめられている。しかしコントロールボリューム長の決定は内部構造の知識も加え検討せねばならぬし、合流部の特徴的な水面形状は上の一次元解析では説明できない。これらについては別に検討予定である。

参考文献 1) 多田：開水路合流部の水理特性入門、水工年譲、55年10月。

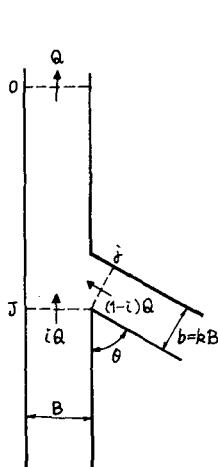


図-1. 合流部模型

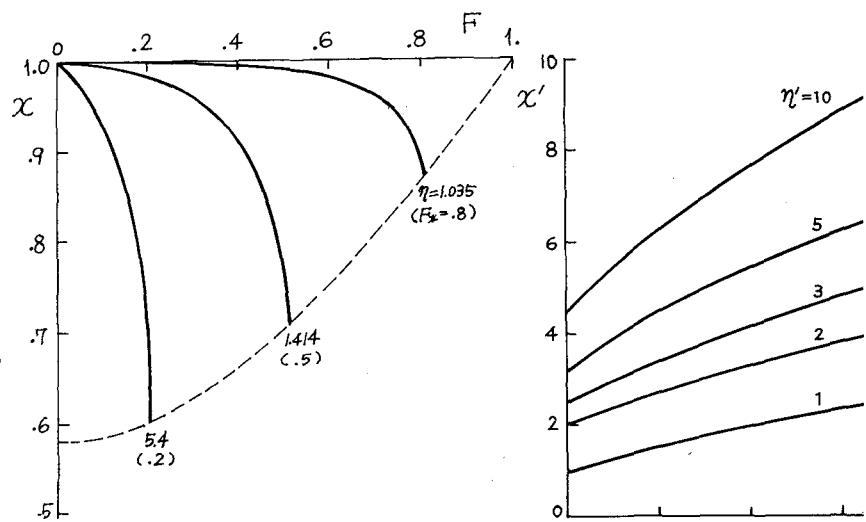


図-2. $x \sim F$ ($1 < \eta < \eta^*$)

図-3. $x' \sim \xi$