降雨・流出変換システムのエントロピー的解釈

京都大学工学部　正員　高棹琢馬
京都大学防災研究所　正員　池淵周一
川崎重工業　正員　木本　哲
京都大学大学院　学生員○寒川典昭

[1]. はじめに．不確定な水文事象を完全に把握するには data depend にもとづく水文統計学の立場を脱却し，不確定な要素を入力にも，それ自身の内部にも，したがって当然出力にも包含するシステムとして水文事象を理解しようとする立場をとらなければならない。本研究ではこうした立場から情報エントロピーの概念を導入して，従来の水文統計学では明らかにされなかった水文事象の確率的構造を解明していこうとするものである。

[2]. エントロピーの計算法．時間的従属性のない，いわゆる独立過程のエントロピーは各々の分布に対して以下のように与えられる。確率事象 $X=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ とすると，

(a) 正規分布のエントロピー：$H(X)=\log\sqrt{2\pi\sigma^2}+1/2$，ここに $\sigma^2=Var[x]$

(b) 対数正規分布のエントロピー：$H(X)=\log\sqrt{2\pi\xi^2}+\lambda+1/2$，ここに $\lambda=E[\log x]$, $\xi^2=Var[\log x]$

(c) 指数分布のエントロピー：$H(X)=\log\mu+1$，ここに $\mu=E[x]$

(d) ガンマ分布のエントロピー：$H(X)=-\log\{\alpha^{n+1}/\Gamma(n+1)\}-n\Gamma'(n+1)/\Gamma(n+1)+n\log\alpha+(n+1)$
ここに α：係数，Γ：ガンマ関数

m重マルコフ型のエントロピーは，$m+1$次同時分布のエントロピーとm次同時分布のエントロピーの差として求めることができる。同時分布が正規分布のときm次同時正規分布のエントロピーは次式で与えられる。$H_m=\frac{m}{2}-\log B_m$，ここに $B_m=\sqrt{\det A_m/(2\pi)^m}$，$A_m$は同時正規分布を構成する各変数の分散・共分散行列である。従ってm重マルコフ型のエントロピーは，$H(m)=H_{m+1}-H_m$ で計算される。さらにm次同時対数正規分布のエントロピーH'_mは正規化することにより，$H'_m=\frac{m}{2}-\log B_m+m\lambda$ で与えられ，m重マルコフ型のエントロピーは，$H'_m(m)=H'_{m+1}-H'_m$ で計算される．他の分布形については，エントロピーの計算における積分の実行が困難になり数値計算にゆだねなければならない。

[3]. 水文系列の分布特性－そのエントロピー的解釈．平均値一定という制約のもとで最大エントロピーをもつ分布は指数分布であること，及び分散一定という制約のもとで最大エントロピーをもつ分布は正規分布であることを考えると，時間単位のとり方により水文系列の分布特性が異なるという問題に情報エントロピーの概念が導入できそうである。本研究では一定という言葉を次のように解釈する。(1)各時間単位それぞれの標本群をいくつかのグループに任意に分割し，そのグループごとに平均値，分散あるいは標準偏差を算定する。(2)ついで，それらの統計量の平均値，分散あるいは標準偏差を再び求めて，その変動係数を算出する。(3)最後に，平均値に関する変動係数と分散あるいは標準偏差に関する変動係数を比較し，その大小によって平均値が一定であるか分散が一定であるかを判断する。

Takasao Takuma, Ikebuchi Shuichi, Kimoto Satoshi, Sougawa Noriaki

[4]. 降雨・流出変換過程のエントロピー的解釈. ここでは，降雨・流量を結合する変換系のエントロピーを算定する方法を展開し，面積スケール・時間スケールとともに変換系がどのような特性をもつかをエントロピー的に解釈する。さて入力エントロピーは降雨エントロピー $H(R)$，出力エントロピーは流量エントロピー $H(Q)$ であり，両者の変換過程において平滑化作用がおこり，エントロピー損失がもたらされる。このエントロピー損失を線形フィルターに対して誘導すると，$H(Q)=H(R)+A$

ただし $A=(n+1)\left[1+\log\left(\alpha/\sqrt{\pi^2+\alpha^2}\right)-(\alpha/\pi)\cdot\arctan(\pi/\alpha)\right]$ となる。

表-1. 降雨における平均値・標準偏差の安定性

		平均値の変動係数	標準偏差の変動係数
1時間	t=3	0.21	0.51
	t=6	0.42	0.45
6時間		0.18	0.31
12時間		0.17	0.50
日	6月15日	0.22	0.34
	9月15日	0.39	0.58
旬	6月中旬	0.086	0.087
	9月中旬	0.060	0.259
月	6月	0.055	0.175
	9月	0.053	0.233
季節	春	0.060	0.260
	夏	0.052	0.102
	秋	0.012	0.225
	冬	0.163	0.049
年		0.08	0.05

[5]. 実流域への適用と考察. 本研究では，淀川の支川である木津川および宮津湾にそそぐ由良川の水文資料を使用した。[3]の方法にもとづいて，降雨における変動係数を計算した結果が表-1である。日単位以下の面積スケールでは平均値の方が安定しており，エントロピー的に解釈するとこれらは指数分布に従うといえる。このことはトーマス法によって指数確率紙上へデータをプロットした結果からも判断される。旬単位以上については，旬，月，季節のデータを対数正規確率紙上にプロットし，年データを正規確率紙上にプロットした結果をみると各点は，ほぼ直線上に分布するが，表-1に示すように，季節（冬）と年以外は標準偏差の方が不安定になっている。これは低確率群に属する標本の存在が原因ではないかと思われる。[4]の実流域への適用としては，まず各時間単位での降雨・流量データの示す分布形およびマルコフ性を決定し，そのエントロピーを[2]に示した式で計算した。その結果を日単位以上について示したのが，表-2，表-3である。計算結果はみかけのエントロピーであるがこれらの表より時間スケール・面積スケールの増大に伴って，不確定性が減少し，そのためエントロピーの減少がもたらされていることがわかる。変換系のエントロピーの計算結果については講演時に示したい。

表-2 独立のエントロピー

		荒倉	角	福知山
日	H(R)	3.36	3.24	3.22
	H(Q)	2.97	2.83	2.74
	H(Q)-H(R)	-0.39	-0.41	-0.48
旬	H(R)	2.99	2.82	2.72
	H(Q)	2.48	2.42	2.29
	H(Q)-H(R)	-0.51	-0.40	-0.43
月	H(R)	2.65	2.61	2.46
	H(Q)	2.36	2.27	2.31
	H(Q)-H(R)	-0.29	-0.34	-0.15
季節	H(R)	1.98	1.76	1.74
	H(Q)	1.84	1.60	1.90
	H(Q)-H(R)	-0.14	-0.16	0.16
年	H(R)	0.98	0.77	1.03
	H(Q)	0.95	0.53	1.23
	H(Q)-H(R)	-0.03	-0.24	0.20

表-3. マルコフ型のエントロピー

			荒倉	角	福知山
日	1重	H(R)(独立)	3.36	3.24	3.21
		H(Q)	2.15	2.11	2.13
		H(Q)-H(R)	-1.21	-1.13	-1.08
旬	1重	H(R)	2.73	2.55	2.49
		H(Q)	2.23	2.29	2.13
		H(Q)-H(R)	-0.50	-0.26	-0.36
	3重	H(R)	2.26	2.48	2.37
		H(Q)	2.34	2.23	2.09
		H(Q)-H(R)	-0.32	-0.25	-0.28
月	1重	H(R)	2.42	2.37	2.23
		H(Q)	2.03	2.02	1.79
		H(Q)-H(R)	-0.39	-0.35	-0.44
	3重	H(R)	2.43	2.32	2.17
		H(Q)	2.22	2.07	1.94
		H(Q)-H(R)	-0.21	-0.25	-0.23

[6]. あとがき 以上，エントロピーの概念とその計算結果について説明し，それを基礎として水文系列の分布特性を述べ，水文事象の時・空間特性を基盤におきながら，降雨・流出変換過程をエントロピー的に解釈した。しかし水文系列の分布特性を検討する際の低確率群の処理の問題や，みかけのエントロピーから実エントロピーへの評価の問題など，いくつかの問題点も指摘された。今後はこれらの問題の解決をはかっていきたい。

〔参考文献〕 1)高棹琢馬，池淵周一：不確定現象のエントロピー的解釈，土木学会誌，昭和53年5月，2)大泉充郎，本多波雄，野口正一：情報理論，オーム社，昭和37年.