

開水路流れにおける輸送過程

京都大学工学部 正 員 岩佐 義朗
 京都大学工学部 正 員 綾 史郎
 京都大学大学院 学生員 戸田 圭一
 京都大学大学院 学生員 森田 義則

1. はじめに：開水路流れにおける物質の輸送過程は、移流分散方程式によることが多いが、投入の初期においては、移流分散方程式にしたがわないことが、従来より指摘されている。初期領域のモデル化についても、いくつかの研究がなされているが、初期領域の物質の輸送過程の実態そのものが、明らかにされているとは言い難い。このような見地より、本研究では、投入初期の領域を主たる対象として、水深方向、水路幅方向の多点において濃度～時間曲線の同時多点測定を行ない、その実態を明らかにするとともに、モデル化をはかろうとしたものである。

2. 理論的検討：Batchelor, および Townsend は、一様な管路の流れにおいて、Taylor の一様乱流場の拡散理論が適用できることを示したが、このような考え方 (Lagrange 的解析法) にては、流れ方向の分散、および、分散係数は、次のようにかかれる。

$$\begin{aligned} [(X-\bar{X})^2] &= 2[V_L^2] \int_0^t (t-\tau) R(\tau) d\tau & (1) \quad D &= \frac{1}{2} \frac{d}{dt} [(X-\bar{X})^2] & (2) \\ \tau \approx 0 \text{ のとき } R(\tau) &= 1 & (3) \quad \tau \text{ が充分大きいとき} & & \\ [(X-\bar{X})^2] &= [V_L^2] t^2 & (3) \quad \int_0^t R(\tau) d\tau = T_L', \quad \int_0^t \tau R(\tau) d\tau = T_L'' & (5) \\ D &= [V_L^2] t & (4) \quad [(X-\bar{X})^2] &= 2[V_L^2] T_L' (t - T_L'/T_L) & (6) \\ & & (7) \quad D &= [V_L^2] T_L' & (7) \end{aligned}$$

ここに $[]$ は、アンサンブル平均を示し、 V_L は、平均流速 $\bar{u}$ で移動する座標系からみた、流れ方向の Lagrange 的 乱れ速度であり、Euler 的 乱れ速度 u' との関係は、

$$V_L(a, t) = u(a, t) - \bar{u} + u'(a, t), t$$

であり、 $[V_L^2] = \frac{1}{A} \int_A ((u - \bar{u})^2 + u'^2) dA$ である。

表-1

3. 実験結果の吟味；表-1 は、筆者らの開水路流れにおける移流分散実験結果より、時間に関する一次モーメント $\bar{t}$ 、二次モーメント σ_t^2 、ピーク濃度 C_p について、時間との関係より、輸送過程をいくつかの段階にわけたものである。 $(T_E = \frac{B^2}{c\sigma})$

領域	t/T_E		$\sigma_t^2/T_E^2 \propto (X/T_E \bar{U})^H$	$C_p \propto (t_p/T_E)^K$	$t_p - t_{\infty} (X/T_E \bar{U})^L$
(2)	2×10^{-2}	中央	$H=1$	$K=-1$	$L=0, t_p - \bar{t} : \text{const.}$
	$\sim 5 \times 10^{-2}$	側壁	$H=1 \sim 1.5$	$K=-1/2$	$L=0, t_p - \bar{t} : \text{const.}$
		断面平均	$H=1$	$K=-1$	$L=1$
(3)	5×10^{-2}	中央	$H=2$	$K=-1$	$L=1$
	$\sim 2.5 \times 10^{-1}$	側壁	$H=1 \sim 1.5$	$K=-1/2$	$L=1$
		断面平均	$H=2$	$K=-1$	$L=1$
(4)	$> 2.5 \times 10^{-1}$	中央	$H=1$	$K=-1/2$	$L=0, t_p - \bar{t} : \text{const.}$
		側壁	$H=1$	$K=-1/2$	$L=0, t_p - \bar{t} : \text{const.}$
		断面平均	$H=1$	$K=-1/2$	$L=0, t_p - \bar{t} : \text{const.}$

(2), (3) の領域が初期領域であり、

(4)が、分散係数が一定となる領域である。(2), (3)では、分散の成長率ならびに、ピーク濃度の生起時刻とクラウドの平均的到達時刻との差に、明瞭な差が生じている。

4. 領域のモデル化の試み：分散係数が、ほぼ定数となる $x/\tau_L > 6$ 以上の領域では、移流分散方程式による一次元解析の適用可能なことが、実験的に確かめられているが、 $x/\tau_L < 6$ 以下の領域については、まだ、未知の点が多い。($\tau_L = \frac{1}{14.8} T_E$ とすると、 $6\tau_L = 4.05 \times 10^{-1} T_E$)

$x/\tau_L < 6$ を対象としたモデルの最も単純なものとして、平均流速のみで、移流するモデルを考える、思考モデルとして、二次元的な流速場、濃度場を考え、流速分布として、対数則の成立を仮定し、Taylor (1952)¹⁾ の考え方を適用すると、

初期条件、 $t=0$ において $C=C_0$ ($0 < x < X, X < d$)

に対して、断面平均濃度

$$C = \frac{u_0 C_0}{u_* \tau} \exp \left[\frac{u_0}{u_*} \left(\frac{x}{\tau} - u_0 \right) \right] \quad (0 < x < u_0 \tau) \quad (8)$$

$$C = 0 \quad u_0 \tau < x$$

を得る。ここに、 u_0 は最大流速である。(8)式より、ピーク濃度は、最大流速 u_0 で伝播し、

x/τ_L に比例して減衰することが知れる。また、(8)式の距離に関するモーメントをとることにより、クラウドの重心は、平均流速 $\bar{u}$ で伝播し、バリエーションは、 x^2 に比例することも容易に示される。(8)式で示される濃度分布を図2に例示するが、断面平均濃度としてみると、その形は、非常に歪んだ形となるが、濃度分布の非一様性が大きく、断面平均濃度としての取り扱いが、不適切であることに注意しなければならない。

つぎに、 x/τ_L がもう少し大きい、 $x/\tau_L < 6$ であるような領域を考える。この領域では、流下粒子は、まだ、放出点における流速との相関をかなり有しており、したがって、濃度分布も顕著に残っており、流速場をいくつかの層に区切ってモデル化(多層モデル)することが考えられる。対数則の成立する二次元流れの流速場(図-1)および、矩形断面を有する開水路流れの場における、水深方向に平均化された流速分布(図-3)より、わかるように、流速分布は、平均流速を中心として、それより、少し大きい流速を持った大きな領域と、平均流速よりかなり小さい流速を持った狭い領域から成り立っていることがみられる。また、図-1には、せん断乱流中における流下方向の濃度の分散にもっとも大きな影響を与えると思われる(モニシ、ヤグロム 1976)²⁾ $(du/dy)^2$ の値も記されているが、平均流速点近傍でこの値も大きく変わっており、最も単純な多層モデルとして、平均流速点付近で分割される、二(三)層のモデルの適用性が考えられよう。

参考文献¹⁾ Taylor G. I. (1953); Proc. Roy. Soc. A 219 ²⁾ モニシ、ヤグロム; 統計流体力学2, 総合図書

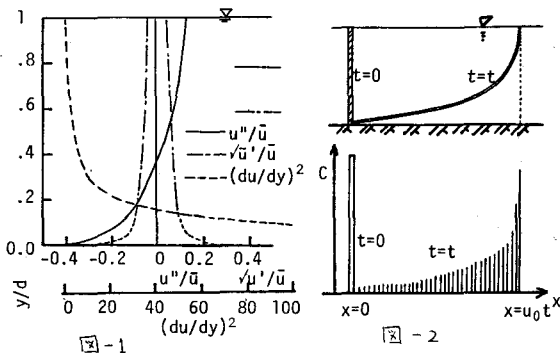


図-1

図-2

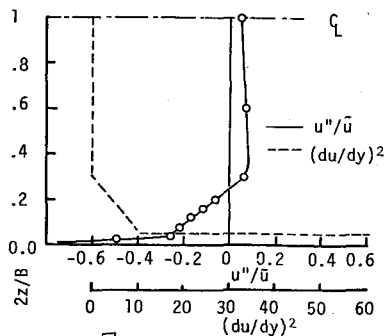


図-3