跳水現象の把握に関する一考察

和歌山工業高等専門学校　正員　田　中　光

1 まえがき

跳水などの遷移現象はその特異な運動のために長年研究者の注目を引いてきたが，従来の研究の成果は実験的なものが主であり，現象の本質をついた理論はあまりなく，初学者にとつても理解しにくいものの一つである。本文は従来とは異つた視野から観察することにより，全体としての把握を容易ならしめ，併せて今後の研究の出発点にしようとするものである。仮定としては摩擦のない水平単位幅の長方形断面の水路を完全流体としての水が流れているものとする。

2 比力を等しいとおく式

$$\frac{h_1^2}{2}+\frac{q^2}{gh_1}=\frac{h_f^2}{2}+\frac{q^2}{gh_f} \tag{1}$$

ここに　h_1：上流水深　q：単位幅流量　h_f：比力を等しいとおいた下流水深

$$\therefore (h_f-h_1)\left\{(h_f+h_1)-\frac{2q^2}{gh_1h_f}\right\}=0 \tag{2}$$

従来は式(2)より直ちに $h_f=h_1$ の連続解を得との文献もあるが，筆者は式(1)の解釈としては少し無理があり，これは単に上下流の等水深の場合を意味するに過ぎず，遷移のときは $h_f\neq h_1$ としておくべきでないかと思う。次に不連続解としては次の式を得る。

$$h_f=-\frac{h_1}{2}+\left(\frac{h_1^2}{4}+\frac{2q^2}{gh_1}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{h_1}{2}\left(\sqrt{1+8F_r^2}-1\right) \tag{3}$$

ただし　F_rは上流のフルード数であり　$F_r^2=\dfrac{q^2}{gh_1^3}$　(4)

式(2)の $\{\quad\}=0$ において　$h_f=h_1$　とおけば　$h_f=h_1=\sqrt[3]{\dfrac{q^2}{g}}=h_c$（限界水深）

3 比エネルギーを等しいとおく式

$$h_1+\frac{1}{2g}\left(\frac{q}{h_1}\right)^2=h_e+\frac{1}{2g}\left(\frac{q}{h_e}\right)^2 \tag{5}$$

ここに　h_e：比エネルギーを等しくおいた下流水深

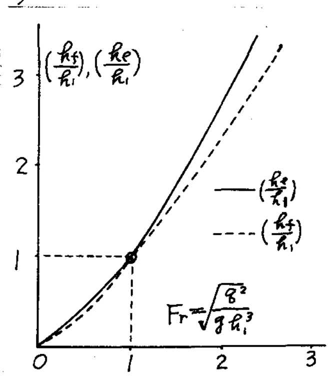
$$\therefore (h_e-h_1)\left\{1-\frac{q^2(h_e+h_1)}{2gh_1^2h_e^2}\right\}=0 \tag{6}$$

式(6)からの　$h_e=h_1$は比力のときと同様とし，$\{\quad\}=0$において $h_e=h_1$とせば $h_e=h_1=h_c$

$$h_e=\frac{q^2}{4gh_1^2}+\frac{1}{2h_1^2}\left(\frac{q^4}{4g^2}+\frac{2q^2}{g}h_1^3\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{h_1}{4}F_r\left(F_r+\sqrt{F_r^2+8}\right) \tag{7}$$

4 h_fとh_eの関係

図－1は横軸に上流のフルード数，縦軸に式(3)，(7)からF_rに対する$\left(\frac{h_f}{h_1}\right)$，$\left(\frac{h_e}{h_1}\right)$を計算してプロットしたものである。図から水深0（意味なし）と限界水深($F_r=1$)以外のすべてにおいて $h_e>h_f$を示している。この関係は式からの証明は困難であつたし，また本文の式の仮定特有のものかどうかは解らないが，以下はこれを前提として論を進めることにする。



図－1

5 遷移関係の解明

qを一定とした場合，限界水深において比エネルギー

Akira TANAKA

は最小であり(Böss)，それより水位が離れるにしたがつて比エネルギーが増加することは周知のことであり，比力についても同様である。常流から射流へ遷移する場合，図−1の関係から図−2のようにh_fに達する以前にh_eに達し，それ以下への低下はエネルギー(仕事)増を要する不可能である。したがつて比エネルギーは保存されるが，比力はh_fまで達していないので不足である。この不足分は図の水門が補つている。次に射流から常流へでは，図−4のように先にh_fに達し，ここで比力はバランスするが，比エネルギーはh_fの水位では過剰となる。図−4ではh_f以上の水位上昇は許されないが図−5のようにガイドウオールを設けて射流側の比力の追加をすると，h_e水位まで上昇が可能となるはずであり，比エネルギーの損失は起らない。筆者はこの一見2律背反的とも思える比エネルギーと比力との関係を如何にして統合するかに跳水現象の本質究明の鍵があると考える。

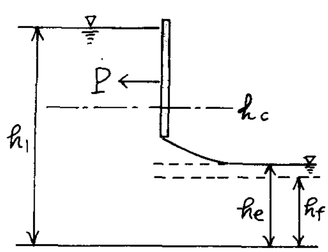
常流から射流への遷移では前記のように水門や堰による比力の補足力Pが必要となり，このPは常射流の関係が同じならば図−2，図−3のPは等しく，また図−5のPとも等しい。比力の式を図−2，3に適用し

$$\frac{h_1^2}{2}+\frac{q^2}{gh_1}=\left(\frac{h_e^2}{2}+\frac{q^2}{gh_e}\right)+\frac{P}{w} \qquad (8)$$

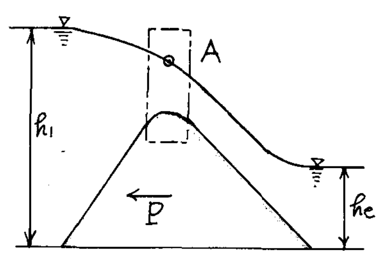
となり，h_eは式(7)から求まる。

6 あとがき

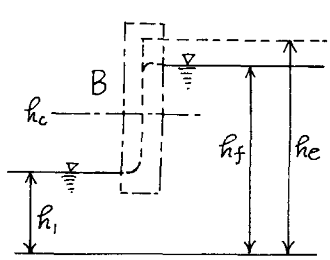
以上図−3のA，図−4のBなどの局部的な現象を除いた遷移ケ処周辺の水理について初歩的とも思える解釈を試みたが，次の機会には本論の発展として跳水の本質について考察したい。



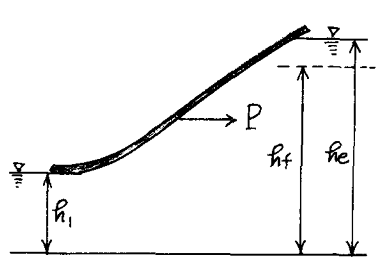
図−2



図−3



図−4



図−5