有限要素法による帯水層内の塩水くさびの挙動の解析

神戸大学工学部　正員　川谷　健　学生員　○岩倉　隆

はじめに　海岸地帯で地下水を有効に利用するためには，帯水層に侵入した海水（塩水くさび）の挙動を充分に理解せねばならない．一般に，帯水層内の塩水くさびの解析方法は，2つに大別される．その1つは，淡水と海水は混合せず，両者は明瞭な内部境界面によって分離されると仮定する場合である．この仮定は，現実に淡水と海水の間に存在する塩分濃度の遷移領域が狭いという事実にもとづいている．しかし，この事実は，淡水と塩水が混合しない，すなわち，内部境界面が不透水性であるという仮定の妥当性を保証しない．それゆえ，上述の仮定にもとづく解析結果は，流れの場を必ずしも正しく表現するものであるとはいえない．さらに，この仮定のもとでは，有限要素法の適用が困難になる場合も多くなる．すなわち，要素分割のためには，本来未知である内部境界面の位置を予め推定せねばならず，帯水層が複雑な地層構造をもつ場合や，塩水くさびの形状の変化が大きいときには，有限要素法の適用が困難になる．これに対して，淡水と海水は混合するものとして解析する方法がある．すなわち，帯水層内への海水の侵入の問題を地下水流の場における塩分の輸送拡散問題ととらえて解析を行う．この方法によれば，流れの場も正しく把握することができ，また有限要素法によっても複雑な構造の帯水層における海水の侵入状況や，その非定常な挙動を解析できると考えられる．以下に，その手法と，解析例について述べる．

基礎方程式　塩分濃度の変化に伴う比重の変化を考慮し（ただし，比重の時間的変化は小さいとして無視する），Darcy則を採用すると，地下水流の基礎方程式は

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\gamma K_x \frac{\partial P}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\gamma K_z \left(\frac{\partial P}{\partial z} + \gamma\right)\right] = 0 \quad \cdots (1) \qquad \text{(2次元)}$$

で与えられる．ここに，γ は水の単位体積重量であり，K_x, K_z は透水係数（その主方向は座標系と一致するものとする）．P は間隙水圧である．一方，飽和土中における塩分濃度の分布は，

$$\phi \frac{\partial C}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\phi D_{xx}\frac{\partial C}{\partial x} + \phi D_{xz}\frac{\partial C}{\partial z} - q_x C\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\phi D_{xz}\frac{\partial C}{\partial x} + \phi D_{zz}\frac{\partial C}{\partial z} - q_z C\right) = 0 \quad \cdots (2)$$

で与えられる．ここに，C は塩分濃度であり，D_{xx}, D_{xz}, D_{zz} は拡散係数，q_x, q_z は Darcy 流速，ϕ は有効空隙率である．また，水の単位体積重量は塩分濃度と $\gamma = 1.0 + 0.025\,(C/C_s)$ によって関係づけられるものとする．ここに，C_s は海水の塩分濃度である．

離散化　Galerkin 法によって基礎方程式を離散化すると，式(1)は．

$$A_{nm} P_m = -B_n + Q_n \quad \cdots (3)$$

となる．ここに，

$$A_{nm} = \sum_e \int_{\Omega_e} \left[\gamma K_x \frac{\partial N_n}{\partial x}\frac{\partial N_m}{\partial x} + \gamma \frac{\partial N_n}{\partial z}\frac{\partial N_m}{\partial z}\right] d\Omega$$

$$B_n = \sum_e \int_{\Omega_e} \left[\gamma^2 K_z \frac{\partial N_n}{\partial z}\right] d\Omega \;, \quad Q_n = -\sum_e \int_{\Gamma_e} \gamma \left[q_x l_x + q_z l_z\right] N_n \, d\Gamma$$

である．

Takeshi Kawatani , Takashi Iwakura

また，Ω_eは各要素の領域，Γ_eは各要素の境界，l_x，l_zはΓ_eの外向き法線の方向余弦であり，N_n，N_mは補間関数，P_mは節点mにおける間隙水圧である。一方，式(2)は，

$$G_{nm}C_m + E_{nm}(\partial C_m/\partial t) = F_n \quad \text{---(4)}$$

となる。ここに，

$$G_{nm} = \sum_e \int_{\Omega_e} \Big\{ \phi D_{xx} \frac{\partial N_n}{\partial x}\frac{\partial N_m}{\partial x} + \phi D_{xz}\Big(\frac{\partial N_n}{\partial x}\frac{\partial N_m}{\partial z} + \frac{\partial N_n}{\partial z}\frac{\partial N_m}{\partial x}\Big) + \phi D_{zz}\frac{\partial N_n}{\partial z}\frac{\partial N_m}{\partial z} + N_n\Big(q_x\frac{\partial N_m}{\partial x} + q_z\frac{\partial N_m}{\partial z}\Big) + N_nN_m\Big(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\Big)\Big\} d\Omega,$$

$$E_{nm} = \begin{cases} \sum_e \int_{\Omega_e} \phi N_n \, d\Omega & (n = m) \\ 0 & (n \neq m) \end{cases}$$

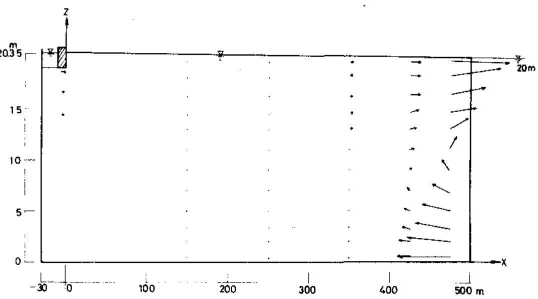
$$F_n = \sum_e \int_{\Gamma_e} \phi \Big\{ \Big(D_{xx}\frac{\partial C}{\partial x} + D_{xz}\frac{\partial C}{\partial z}\Big) l_x + \Big(D_{xz}\frac{\partial C}{\partial x} + D_{zz}\frac{\partial C}{\partial z}\Big) l_z \Big\} N_n \, d\Gamma$$

である。C_mは節点mにおける濃度である。さらに，式(4)の時間積分を行うために後退差分法を適用すると，

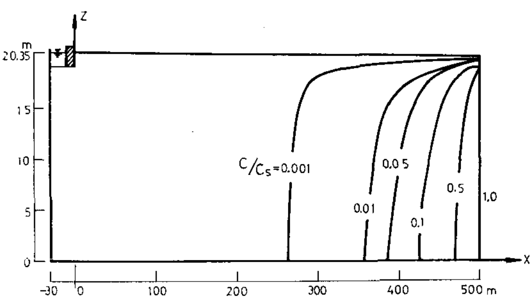
$$\Big(G^{(1/2)}_{nm} + \frac{1}{\Delta t}E^{(1/2)}_{nm}\Big)C^{(1)}_m = \frac{1}{\Delta t}E^{(1/2)}_{nm}C^{(0)}_m + F^{(1/2)}_n \quad \text{---(5)}$$

ここに，$C^{(1)}_m$は$t=t+\Delta t$における未知の濃度，$C^{(0)}_m$は既知の濃度，$G^{(1/2)}_{nm}$などは$t=t+\Delta t/2$における諸係数である。

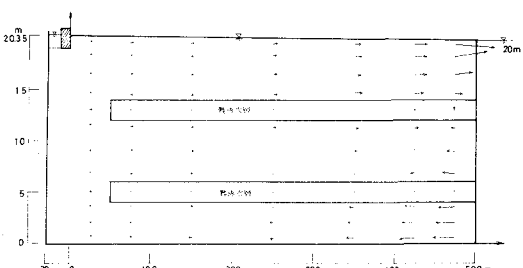
解析例　地表面から局所的な涵養がある場合について解析を行った。$K_x=0.06$ cm/min，$K_z=0.006$ cm/min，（難透水層では，$K_x=K_z=0.0006$ cm/min）。$D_{xx}=5$ cm²/min，$D_{zz}=0.5$ cm²/min，$D_{xz}=0.05$ cm²/min，$\phi=0.25$とした。図1と2は，帯水層が均質である場合，図3と4は，2層の難透水層が存在する場合の，流れの状況と濃度分布である。淡水と海水が混合するものとして解析を行うと，循環流が生じていることがわかる。難透水層は，循環流の生じるのを妨げている。流れの状況のちがいによる塩分濃度分布のちがいは明らかである。これは，淡水と塩水が混合しないとして解析を行った場合には，認識されない結果であると思われる。



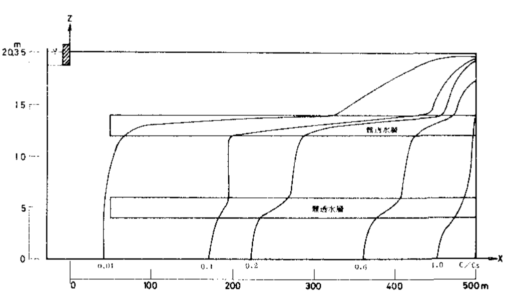
図−1　流速分布



図−2　塩分濃度分布



図−3　流速分布



図−4　塩分濃度分布