安全性指標の適用に関する一考察

京都大学工学部　正員　白石成人，京都大学工学部　正員　古田均
京都大学大学院　学生員 ○池島賢治

1．まえがき　構造物の安全性を評価するには、種々の不確定要因を考慮することが必要である。これらの要因は、ランダムなものとファジイなものに分けられると考えられる。つまり、ランダムネスが、確率現象に見られるような対象的性質としての不確かさ、即ち"客観的"不確かさを表わすのに対して、ファジイネスは、人間の主観性に起因し、対象の性質によっても規定されるが、むしろ主観の側に属する曖昧さ、即ち"主観的"不確かさを表わしていると言うことができる[1]。厳密に言えば、ファジイネスの概念は、構造物の信頼性解析においては存在せず、設計における意思決定段階においてその存在を主張しうるものであると考えられる。しかし一方では、ランダムネスとファジイネスを、それぞれ、Ang，Aminの拡張信頼性理論における客観的不明量、主観的不明量に対応させることができると考えられる。そこで、本研究では、不確定要因を種々の要因ごとに分類して、ファジイ代数の考え方を用いて補正係数の算定を行ない、設計者の工学的判断を言語変数を媒介として反映させ、主観的不確定性の影響を安全性指標の決定に導入することを試みる。

2．拡張信頼性理論と安全性指標[2]　Angの提案した補正係数を用いて、安全性指標に対する主観的不明量の影響を検討すると以下のようになる。簡単のために、荷重S，抵抗Rのそれぞれについての補正係数をまとめてNとしてこれをSの補正係数とし、performance function Zを次式のように定義する。（この定義は、Angのものとは若干異なる。）

$$Z = R - N \cdot S \qquad (1)$$

いま、S・R・Nに対して、平均値、変動係数を各々、$(\mu_S, \sigma_S/\mu_S)$，$(\mu_R, \sigma_R/\mu_R)$，$(\bar{\nu}, \Delta)$とすると、安全性指標βは、一次近似を用いて次式のように表わされる。

$$\beta = (\mu_R - \bar{\nu}\mu_S) \Big/ \sqrt{\sigma_R^2 + \bar{\nu}^2\sigma_S^2 + \mu_S^2\bar{\nu}^2\Delta^2} \qquad (2)$$

3．ファジイ代数を用いた補正係数の決定法　構造物の安全性に関する要因を$F_i\ (i=1,\cdots,n)$とする。各要因に対して、その大きさ(Size) P_i、及び重要度(Weight) W_iを、設計者が主観的判断に基づき決定すると考える。この時、設計者の主観的不確定性を考慮して、P_i・W_iに対して、各々、メンバーシップ関数$\mu_{P_i}(u)$，$\mu_{W_i}(w)$を規定する。ここで、P_iとW_iの交わりをとると、

$$P_i \cap W_i = \int_{P\times W} \mu_{P_i}(u) \wedge \mu_{W_i}(w) \,|\, (u,w) \qquad (3)$$

（但し、a∧bは、a,bの大きくない方を表わす）

この時、F_iの全てに関する総合的な評価値$P_T(u,w)$は以下のようになる。

$$P_T(u,w) = \sum_{i=1}^{n}(P_i \cap W_i) = \int_{P\times W} \bigvee_i (P_i \cap W_i) = \int_{P\times W} \bigvee_i (\mu_{P_i}(u) \wedge \mu_{W_i}(w)) \,|\, (u,w) \qquad (4)$$

（但し、a∨bは、a,bの小さくない方を表わす）

次に、P_Tと補正係数Nとを関係づけるために、ファジイ関係Rというものを考える。

R：「もしP_Tがsmallなら、K(N,ν)はsmall、P_Tがmediumなら、K(N,ν)はmedium、P_Tがlargeなら、K(N,ν)はlarge」（但し、K(N,ν)は核を表わすファジイ集合とする。）　いま、small，medium，

Shiraishi Naruhito,　Furuta Hitoshi, Ikejima Kenji

largeに対して、各々、$j=1,2,3$ を対応させ、$K(N,\upsilon)$, $P_T(u)$ のメンバーシップ関数をそれぞれ $\mu_{Kj}(\upsilon)\cdot\mu_{P_Tj}(u)$ $(j=1,2,3)$ とすると、ファジイ関係 R は、

$$R(\upsilon,u)=\int_{K\times P_T}\bigvee_j\left(\mu_{Kj}(\upsilon)\wedge\mu_{P_Tj}(u)\right)|(\upsilon,u) \qquad (5)$$

と書ける。ここで、P_T と R との合成 $R\circ P_T$ をとると、式(4), 式(5)より、

$$R\circ P_T(w,\upsilon)=\int_{W\times K}\bigvee_u\left(P_T(u,w)\wedge R(\upsilon,u)\right)|(w,\upsilon) \qquad (6)$$

よって、式(6)より、$K(N,\upsilon)$ のメンバーシップ関数 $\mu_K(\upsilon)$ は、

$$\mu_K(\upsilon)=\int_V\bigvee_w R\circ P_T(w,\upsilon)|\upsilon \qquad (7)$$

となる。いま、先験的に知られている N の確率密度関数を $\phi(N)$ とすると、ファジイ確率 $\hat{f}(N)$ は、

$$\hat{f}(N)=\int_V\mu_K(\upsilon)\cdot\phi(N+\upsilon)\,d\upsilon \qquad (8)$$

として求められる。よって、主観的不確定性によりファジイ化された N の確率密度関数 $f(N)$ は、

$$f(N)=\hat{f}(N)\Big/\int_{-\infty}^{\infty}\hat{f}(N)\,dN \qquad (9)$$

として求められ、上式から、N の平均値 $\bar{\nu}$、変動係数 Δ を求め、式(2)を用いることにより安全性指標 β が計算できる。

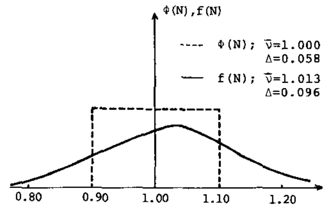

図1 一様分布

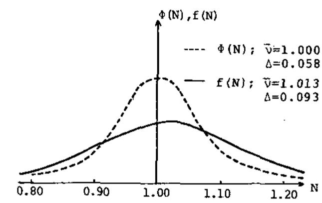

図2 正規分布

4. 数値計算例　構造物の安全性に影響を及ぼす要因として、Blockley[3]によって示された11のパラメータを用いて数値計算を行なった。まず、式(6)に示される $R\circ P_T$ を求め、次に、重要度の影響を考慮するために、Weight を 0.6～1.0 として $K(N,\upsilon)$ のメンバーシップ関数 $\mu_K(\upsilon)$ を求めると、

$$\mu_K(\upsilon)=1|(N-0.10)+0.5|(N-0.05)+0.5|N+0.5|(N+0.05)+0.6|(N+0.10) \qquad (10)$$

となる。N の先験的な確率密度関数を、図1・図2の破線で示される一様分布・正規分布 ($\bar{\nu}=1.000$, $\Delta=0.058$) とすると、式(9)により $f(N)$ は実線のように求められ、$\bar{\nu}$, Δ の値も、図中に示された値に改善される。そこで、表1の値を用いて式(2)により安全性指標を求めると、表2のようになり、この場合、主観による曖昧さを考慮すると、安全性指標は、以前のものより小さくなっていることがわかる。

μ_R=2200kg/cm^2
μ_S=1400kg/cm^2
σ_R= 220kg/cm^2
σ_S= 140kg/cm^2

表1 設計条件

Φ(N)	一様分布	正規分布
Φ(N)	2.93	2.93
f(N)	2.65	2.66

表2 βの値

5. 結論および今後の課題　主観的な曖昧さを定量的に評価し、安全性指標の計算に導入するため、本研究では、補正係数の決定に際してファジイ代数の考え方を用いた。本研究により、種々の要因ごとに設計者の工学的判断を言語変数として与え、主観的な情報を定量的に組み込むことが可能になった。しかし、本方法は、ファジイ代数の算法を補正係数の決定過程の中に取り入れたものであり、まえがきにも述べた不確定性におけるランダムネスとファジイネスの明確な分類に関する問題は解決されておらず、今後の課題として残されている。さらに、メンバーシップ関数の合理的な決定法についての検討も必要であると思われる。

〔参考文献〕; 1) 田中幸吉; 数理科学 No.191, 1979　2) Ang & Cornell; ASCE ST9, 1974　3) Blockley; ICE Vol.59, 1975