

非載荷辺の拘束度を考慮した圧縮板の面外有限変形挙動に関する研究

大阪大学工学部 正員 前田幸雄

大阪大学工学部 正員 大倉一郎

大阪大学工学部 学生員 〇有安 敬

1. まえがき 著者らは、面内曲げを受ける矩形板の境界周辺に生ずる2次的な面外曲げ応力とこれに影響する各種因子との関係を差分法や有限要素法を用いて調べてきた。そして、特に初期たわみモードが重要な影響因子であることを明らかにしたが、この関係を定式化するまでには至らなかった。本報告は、曲げを受ける場合に先立つ研究として、圧縮板をとり上げ、Galerkin法を用いてその面外有限変形挙動を明らかにし、2次曲げ応力と影響因子との関係を定式化したので、以下に報告する。

2. Galerkin法による定式化 解析対象は、図-1に示すように、 $a \times b$ の圧縮板で、 $x=0, a$ で単純支持、 $y=0, b$ で回転拘束されている。すなわち、

$$x=0, a \text{ で } w=0, \quad \partial^2 w / \partial x^2 + \nu \partial^2 w / \partial y^2 = 0, \quad (1)$$

$$y=0 \text{ で } w=0, \quad -D_w (\nu \partial^2 w / \partial x^2 + \partial^2 w / \partial y^2) = -k_1 \partial w / \partial y, \quad (2)$$

$$y=b \text{ で } w=0, \quad -D_w (\nu \partial^2 w / \partial x^2 + \partial^2 w / \partial y^2) = k_2 \partial w / \partial y.$$

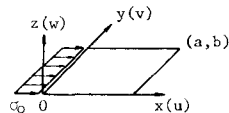


図-1 圧縮板

ここで、 ν はポアソン比、 D_w は板の曲げ剛性、 k_1, k_2 は拘束構造物に依存する比例定数である。

初期たわみを、 $w_0 = e_0 \sin(\pi x/a) \sin(\pi y/b)$ (3) と仮定し、付加横たわみを、

$$w = e [\sin(\pi x/a) \sin(\pi y/b) + W(x, y)] = e \sin(\pi x/a) [\sin(\pi y/b) + g(y)] \quad (4)$$

ここで、 e_0, e は係数である。 $W(x, y)$ を重調和関数と仮定すると、

$$\partial^4 W / \partial x^4 + 2 \partial^2 W / \partial x^2 \partial y^2 + \partial^4 W / \partial y^4 = 0 \quad (5)$$

が成立する。式(2)の境界条件を満足するように

式(5)の微分方程式を解くと $W(x, y)$ が決定される。 $W(x, y)$ はパラメ

ーターとして拘束係数 $\alpha_1 = a k_1 / D_w$ 、 $\alpha_2 = a k_2 / D_w$ を含む。 $\alpha_1 = \alpha_2 = \infty$

のとき非載荷辺固定支持、 $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ のとき四辺単純支持となる。

Yamaki^{3), 4)}が与えた非載荷辺固定支持の場合における横たわみ形状

との比較を図-2に示す。

膜応力を四辺単純支持の場合に生ずる膜応力⁵⁾、すなわち、

$$\sigma_{mx} = -\frac{E \pi^2}{8 a^2} (w_0^2 + 2 w_0 c w_c) \cos \frac{2 \pi x}{a} + \sigma_0, \quad \sigma_{my} = -\frac{E \pi^2}{8 b^2} (w_0^2 + 2 w_0 c w_c) \cos \frac{2 \pi y}{b},$$

$$\tau_{mxy} = 0 \quad (6)$$

で近似する。ここに、 w_0, w_c はそれぞれ座標

$(a/2, b/2)$ の初期たわみ、付加横たわみである。式(3), (4), (6)を

Marguerreが与えた初期たわみを有する板の基礎微分方程式⁶⁾のうちのつり合い方程式に代入

して、Galerkin法を適用すると、荷重と付加横たわみの関係が次式のように得られる。

$$-\frac{Q_0}{Q_c} = \frac{3(1-\nu^2)}{4} \frac{w_0^2 + 2 w_0 c w_c}{t_w^2} \theta_2 + \theta_1, \quad (7)$$

ここで、 θ_1, θ_2 は形状比、拘束係数、付加横たわみ、初期たわみの関数であり、

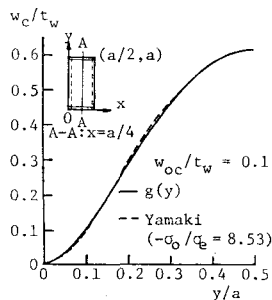


図-2 横たわみ形状

$Q_e = \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_w}{b}\right)^2$, t_w は板厚である。一方, 2次曲げ応力と付加横たわみの関係は, 座標 $(a/2, 0)$ で, $Q_{b1}/Q_e = S_4(w_c/t_w)$, 座標 $(a/2, b)$ で, $Q_{b2}/Q_e = S_5(w_c/t_w)$ (8) で与えられる。ここに, S_4, S_5 は拘束係数の関数である。座屈係数を図-3に示す。また, 非載荷辺固定支持の場合における荷重と横たわみの関係, 2次曲げ応力と付加横たわみの関係, 荷重と2次曲げ応力の関係をそれぞれ, 図-4, 5, 6に示す。本解析結果はYamakiの結果よりも横たわみ, 2次曲げ応力が大きく生ずることがわかる。

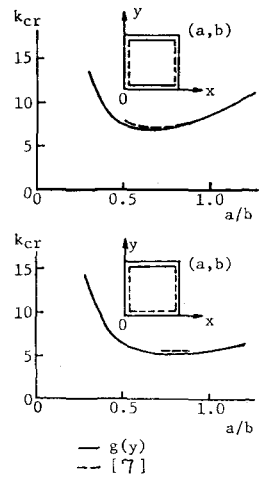


図-3 座屈係数

3. 拘束係数の影響 荷重と横たわみの関係, 荷重と2次曲げ応力の関係をそれぞれ, 図-7, 8に示す。荷重と横たわみの関係は形状比が小さくなると拘束係数の大きさにあまり影響されなくなる。これは, 形状比が小さくなると載荷辺の長さに対して非載荷辺の長さが短くなり, 非載荷辺の面外方向に対する境界条件の違いによる影響の差が相

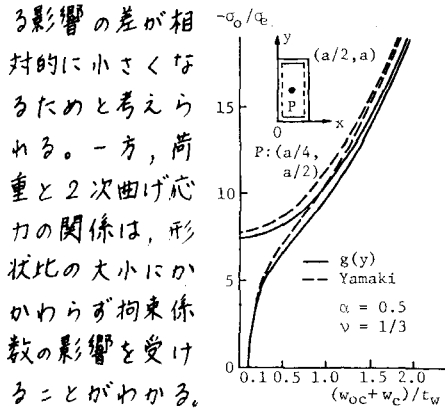


図-4 荷重-横たわみ曲線

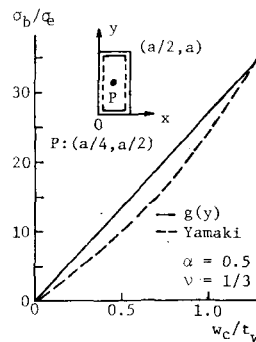


図-5 2次曲げ応力-付加横たわみ曲線

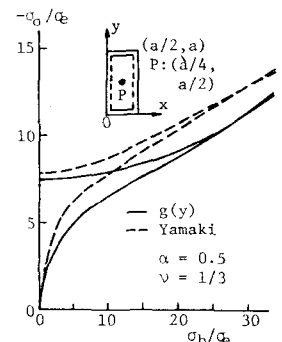


図-6 荷重-2次曲げ応力曲線

4. 結論 2次曲げ応力は形状比の大小にかかわらず拘束係数の影響を敏感に受けることを明らかにした。

参考文献

- 1) 33回年講概要集(I-335)
- 2) 34回年講概要集(I-48)
- 3) Yamaki, N., J. of Appl. Mech. pp407-414, 1959.
- 4) Yamaki, N., J. of Appl. Mech., pp335-342, 1960.
- 5) Abdel-Sayed, G., ASCE, Vol. 95,

No. ST10, pp. 2183-2203, 1969. 6) Marguerre, K., Proc. 5th International Congress for Applied Mechanics, Cambridge, pp93-101, 1938. 7) Column Research Committee of Japan: Handbook of Structural Stability, Corona Publishing Company, 1971.

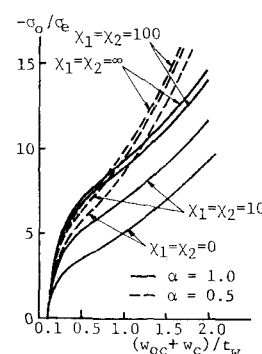


図-7 荷重-横たわみ曲線

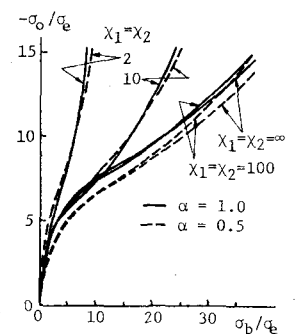


図-8 荷重-2次曲げ応力曲線