

扇形補剛板の弾性座屈

関西大学工学部	正会員	米沢	博
関西大学工学部	正会員	三上	市蔵
関西大学工学部	正会員	堂垣	正博
東洋建設(株)	正会員	○高田	修

1. まえがき 一方向あるいは二方向に一樣な圧縮力を受ける矩形板の座屈に関する研究は、極めて多く広範囲にわたってなされており、また直交異方性板として扱った研究も少なくないようである。しかし、これらの研究では膜力分布あるいは応力分布を仮定し、解析したものがほとんどであり、また曲線箱形橋のフランジ等に見られるような扇形補剛板の座屈に関しては、あまり研究されておらず矩形板に対する研究成果が主に利用されているようである。そこで、本研究では膜力分布を仮定することなしに2次元応力解析より膜力分布を求め、この膜力分布に対する弾性座屈の解析を行なうことにする。

2. 基礎微分方程式 扇形補剛板を図-1に示すような極異方性扇形板として考える。ここで、 $N_0(r)$ は面内圧縮作用荷重であり、 $\bar{N}_0$ は $N_0(r)$ を載荷辺にわたって平均した荷重である。

半径方向膜力 N_r 、円周方向膜力 N_θ および膜せん断力 $N_{r\theta}$ と半径方向面内変位 u および円周方向面内変位 v の関係はつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} N_r &= E_r u_{,r} + E_r \frac{1}{r} (u + v_{,\theta}) \\ N_\theta &= E_\theta u_{,r} + E_\theta \frac{1}{r} (u + v_{,\theta}) \\ N_{r\theta} &= E_{r\theta} \left\{ v_{,r} + \frac{1}{r} (u_{,\theta} - v) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

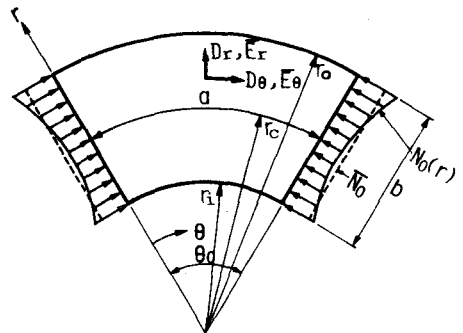


図-1

ここで、 E_r 、 E_θ 、 $E_{r\theta}$ は r 、 θ 方向の伸び剛さおよび

せん断剛さであり、 $E_r = \nu_\theta^2 E_\theta = \nu_\theta^2 E_r$ で ν_r 、 ν_θ は r 、 θ 方向の伸び剛さに関するポアソン比である。コンマの後の添字はそれによる偏微分を表わす。基礎微分方程式は、半径方向、円周方向および板が座屈したときの鉛直方向の力の釣合いよりつぎのようになる。

$$\begin{aligned} E_r u_{,rr} + (E_r + E_{r\theta}) \frac{1}{r} v_{,r} + E_{r\theta} \frac{1}{r^2} u_{,\theta\theta} \\ + E_r \frac{1}{r} u_{,r} - (E_\theta + E_{r\theta}) \frac{1}{r^2} v_{,\theta} - E_\theta \frac{1}{r^2} u = 0 \end{aligned} \quad \text{-----} (2)$$

$$\begin{aligned} E_{r\theta} v_{,rr} + (E_r + E_{r\theta}) \frac{1}{r} u_{,r} + E_\theta \frac{1}{r^2} v_{,\theta\theta} \\ + E_{r\theta} \frac{1}{r} v_{,r} + (E_\theta + E_{r\theta}) \frac{1}{r^2} u_{,\theta} - E_{r\theta} \frac{1}{r^2} v = 0 \end{aligned} \quad \text{-----} (3)$$

$$\begin{aligned} D_r (w_{,rrrr} + \frac{2}{r} w_{,rrr}) + D_\theta (\frac{1}{r^2} w_{,\theta\theta\theta\theta} - \frac{1}{r^2} w_{,rr} + \frac{2}{r^2} w_{,\theta\theta} + \frac{1}{r^2} w_{,r}) + 2(D_1 + 2D_2) (\frac{1}{r^2} w_{,rr\theta\theta} - \frac{1}{r^2} w_{,r\theta\theta} + \frac{1}{r^2} w_{,\theta\theta}) \\ = N_r w_{,rr} + N_\theta (\frac{1}{r} w_{,r} + \frac{1}{r^2} w_{,\theta\theta}) + 2N_{r\theta} (\frac{1}{r} w_{,r\theta} - \frac{1}{r^2} w_{,\theta}) \end{aligned} \quad \text{-----} (4)$$

ここで、 w は鉛直方向面外変位であり、 D_r 、 D_θ 、 $D_{r\theta}$ は r 、 θ 方向の曲げ剛さおよびねじり剛さであり、 $D_r = \nu_\theta^2 D_\theta = \nu_\theta^2 D_r$ で ν_r 、 ν_θ は r 、 θ 方向の曲げ剛さに関するポアソン比である。

Yonezawa Hiroshi, Mikami Ichizou, Dogaki Masahiro, Takata Osamu

3. 境界条件 曲げに関する境界条件は、曲線辺および直線辺でそれぞれ単純支持および固定支持されているものとする。膜力に関する境界条件は、曲線辺($r=r_0, \theta_0$)で $u=0, N_{r\theta}=0$ 、直線辺($\theta=0, \theta_0$)で $N_\theta=-N_\theta(r)$ 、 $N_{r\theta}=0$ とする。

4. 数値計算 式(2)~(4)の厳密解を得ることは困難であるので差分法を用いて解析を行なった。式(2)、(3)と膜力に関する境界条件のもとに解き面内変位 u 、 v を求め、式(1)より膜力を求めた。これら膜力を用い、式(4)と曲げに関する境界条件のもとに解き座屈荷重を求めた。

5. 計算結果と考察 周辺単純支持、一様圧縮、剛比 $D_\theta/D_r=100$ の場合の座屈荷重と縦横比(a/b)および曲率半径比($\rho=r_0/r_0$)の関係を図-2に示す。実線は膜力を解いて求めた座屈荷重と、破線は境界の荷重がそのまま伝わるとして膜力を仮定して解いた座屈荷重を示す。縦横比が1.5以下では曲率半径比が小さいほど座屈荷重が低くなっている。また、この傾向は縦横比が小さいほど顕著である。

周辺単純支持、一様圧縮、縦横比1の場合の座屈荷重と曲率半径比および剛比の関係を図-3に示す。剛比100, 300, 500の場合、曲率半径比が小さくなると急激に座屈荷重が低下するが、剛比1, 1/5の場合には座屈荷重は曲率半径比の影響をあまり受けない。

周辺単純支持、一様圧縮、縦横比1の場合の座屈荷重と剛比および曲率半径比の関係を図-4に示す。図中の①は主振の曲げ剛さである。曲率半径比にかかわらず剛比が大きくなると座屈荷重が増加し、曲率半径比が小さいほど座屈荷重が低くなっている。

一様圧縮、剛比100、曲率半径比0.5の扇形板と矩形板に相当する曲率半径比0.999の場合の座屈荷重と縦横比および境界条件の関係を図-5に示す。境界条件にかかわらず縦横比が小さい範囲では、扇形板は矩形板に比べて座屈荷重が低くなっている。

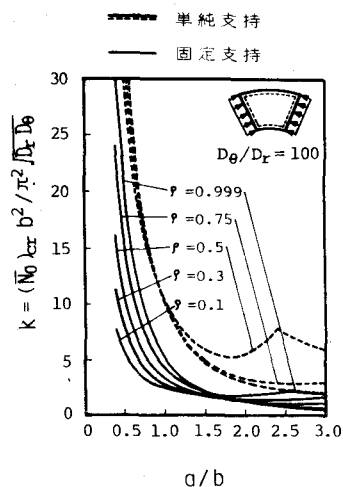


図-2

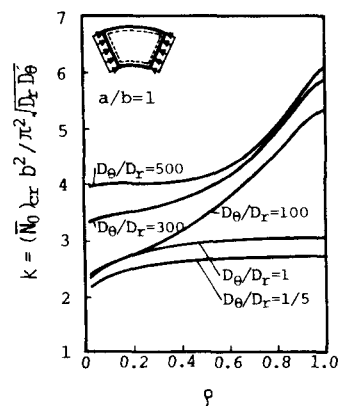


図-3

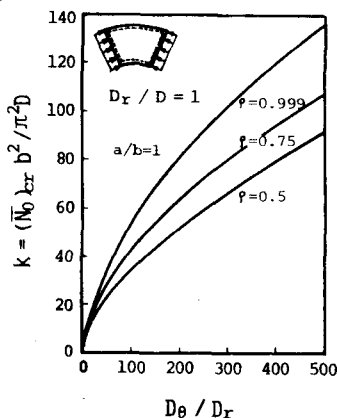


図-4

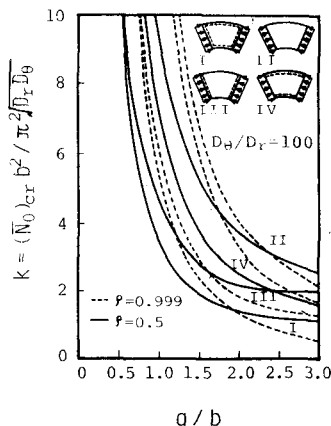


図-5