

吊橋の固有振動に対する吊構造せん断変形の影響

大阪大学工学部 正員 小松定夫

大阪大学工学部 正員 西村宣男

1. まえがき 吊橋の耐風・耐震設計においては、鉛直たわみ、水平たわみおよびねじれの各固有振動数およびモードの計算が不可欠である。そして耐風設計で重要な低次振動から耐震設計で重要となる1〜3 c/sの高次振動に到るまでの固有値計算を精度良く行わねばならない。最近、Abdel-Ghaffarらが吊橋の各種の固有振動計算法と、AVSによる実橋(Vincent Thomas橋)の測定結果³⁾を報告している。鉛直たわみ振動、水平横たわみ振動およびねじれ振動について、それぞれ低次振動を対象とした古典理論の基礎式から有限要素定式化を行い、剛性および質量マトリックスを与えたもので、相当高次までの固有振動を解析し、実測値と比較している。それによると各振動クラスについて、低次振動については理論値と実測値は比較的良く一致しているが、耐震設計で重要となる1 c/s以上の領域においては理論値は実測値より大きくなる傾向が見られる。その原因はAbdel-Ghaffarの有限要素における吊構造モデルの誤差にある。すなわち、吊構造各構面のせん断変形に対する配慮が欠けているために高次振動については吊構造の剛性を過大に見積ることになっている。我国における吊橋の耐震設計のための解析モデルにおいても同様に吊構造のせん断変形を軽視する例が多いように思われるので、本研究においては吊構造のせん断変形を含んだ吊橋の各種振動方程式を示し、数値計算例によってせん断変形の影響を明らかにすることを目的とする。

2. 振動方程式

(A) 鉛直たわみ振動

$$EJ v'''' - H v'' - H_p y'' = -\frac{m_d}{g} \ddot{v} + \frac{EI_x}{GA_y} \frac{m_d}{g} (\ddot{v})'' \quad (1)$$

こゝに $EJ = EI_x(1 + \frac{H_d}{GA_y})$, $H = H_d + H_p$, $I_x = A_c h^2$, $A_y = 2t_1 h$, h : 補剛トラフ高, A_c : 弦材断面積, t_1 : 補剛トラフの換算板厚, H_d : 死荷重によるケーブル水平張力

(B) 水平横たわみ振動

$$\begin{aligned} EI_y \theta_y'' - GA_x (\theta_y + u_s') &= -\frac{m_s}{g} \ddot{\theta}_y, \quad -GA_x (\theta_y' + u_s'') \\ + \frac{m_s}{g(2)} (u_s - u_c) &= -\frac{m_s}{g} \ddot{u}_s, \quad -H_d u_c'' - \frac{m_s}{g(2)} (u_s - u_c) = -\frac{m_s}{g} \ddot{u}_c \end{aligned} \quad (2)$$

こゝに $I_y = A_c b^2$, $A_x = 2t_2 b$, b : 補剛トラフ間隔, t_2 : 横構換算板厚, m_s : 吊構造重量, m_c : ケーブル重量, u_s , u_c : 吊構造およびケーブル変位, θ_y : 吊構造回転角

(C) おじれ振動

$$\begin{aligned} -a w'' + b_1 w' + b_2 \varphi' + b_1 \theta' &= -\frac{m_w}{g} \ddot{w} \\ -b_2 w' - B_1 \varphi'' - B_2 \theta'' - H_p \frac{b}{2} y'' &= -\frac{m_{y1}}{g} \ddot{\varphi} - \frac{m_{y2}}{g} \ddot{\theta} \\ -b_1 w' - B_2 \varphi'' - B_1 \theta'' - H_p \frac{b}{2} y' + \delta \theta &= -\frac{m_{y2}}{g} \ddot{\varphi} - \frac{m_{y1}}{g} \ddot{\theta} \end{aligned} \quad (3)$$

こゝに $B_1 = b_1 + b^2 H_d / 4$, $B_2 = b_2 + b^2 H_d / 4$, $a = EA_c b^2 h^2 / 4$, $b_1 = G(t_1 b + t_2 h) b h / 2$

$b_2 = G(t_2 b - t_2 h) b h / 2$, w : そり, φ : おじれ角, θ : ずれ角, δ : 対傾構のずれ剛性

その他の記号は土木学会本四連絡橋鋼上部構造研究委員会解析分科会報告書(マーチの解析と吊橋解析追補) 1974. を参照されたい。

以上の諸式より固有振動数を求める方法としては、断面剛性などがスパン方向に一定な場合には Galerkin法を適用し、変断面吊橋や路剛性・スライを含む場合には有限要素化を行って振動数方程式を導き、固有値計算法を適用する。

3. 数値計算例と考察

各振動に対する、補剛トラス、横構トラスおよび対称構のせん断変形の影響を、表1に示す諸元を有する Vincent Thomas橋を対象として数値計算を行い調査した。表2~4に実験値、Abdel-Ghaffar の計算値および著者の計算値を比較して掲げた。

鉛直たわみ振動については対称および逆対称振動とも第5次あたりからせん断変形の影響が現われ、せん断変形を無視している Abdel-Ghaffar の理論は高目の値を与えている。

水平横たわみ振動に対する横構のせん断変形の影響は吊構造の水平変位の卓越した高次モード(対称10次、逆対称6次)に現われる。

おびれ振動については、よりモードに伴う吊構造の2次せん断変形および断面変形を考慮した式(3)と、これらを無視した Abdel-Ghaffar の理論とでは、対称および逆対称振動とも第4次モードあたりから有意な差が生じている。なおパラメータ解析の結果は講演時に述べる。

- 参考文献 1) Abdel-Ghaffar, A.M. : Free Lateral Vibration of Suspension Bridges, Proc. ASCE, 104, ST3, 1978. 2) Abdel-Ghaffar, A.M. : Free Torsional Vibration of Suspension Bridges, Proc. ASCE, 105, ST4, 1979. 3) Abdel-Ghaffar, A.M., Housner, G.W. : Ambient Vibration Tests of Suspension Bridges, Proc. ASCE, 104, EM5, 1978.

表1 Vincent Thomas橋の諸元

項目	記号	数値	備考
中央径間長	L_c	460 m	
側径間長	L_g	155 m	
バックスライ支間長	L_b	53.8 m	
同角度	θ_b	40°	
ケーブルサフ	f	46.1 m	
スライ高さ	h_c	48.0 m	補剛トラスを考慮
補剛トラス高さ	h	4.575 m	
補剛トラス間隔	b	18.034 m	
パネル間隔	λ	4.74 m	
ケーブル断面積	A_c	0.078 m ²	一橋あり
吊材断面積	A_d	0.0347 m ²	
斜材断面積	A_s	0.0109 m ²	
横構断面積	A_h	0.0107 m ²	
つり構造重量	m_h	9.137 t/m	一橋あり
ケーブル重量	m_c	1.263 t/m	一橋あり

注) 表2中 $P_0 = E I_c / G A_c L_c^2$, i : 4-4 節節間距離

表2 鉛直たわみ固有振動数の比較

次数	パラメータ P_0	測定値	Abdel-Ghaffar	小松 西村
対称振動				
1	0.000468	0.234	0.221	0.224
2	0.00421	0.365	0.348	0.350
3	0.00412	0.497	0.459	0.465
4	0.0117	0.835	0.805	0.792
5	0.0229	1.450	1.467	1.388
6	0.0371	2.076	2.340	2.071
7	0.0379	2.146	2.352	2.107
8	0.0566	2.871	3.458	2.912
逆対称振動				
1	0.00187	0.216	0.197	0.199
2	0.00749	0.579	0.549	0.549
3	0.0165	1.022	1.101	1.052
4	0.0168	1.121	1.106	1.071
5	0.0300	1.791	1.881	1.735
6	0.0468	2.505	2.877	2.501

単位 c/s

表3(1) 水平横たわみ固有振動数の比較
中央径間、対称振動

次数	測定値	Abdel-Ghaffar	小松 西村	卓越部分
1	0.168	0.1730	0.1591	s & c
2	0.542	0.5658	0.6113	s & c
3	0.879	0.8241	0.9326	c
4	1.204	1.2045	1.2533	s & c
5	1.531	1.3407	1.3307	s & c
6		1.6470	1.7204	c
7		2.1256	2.1676	c
8		2.6422	2.6236	c
9		3.1982	3.0823	c
10		3.6897	3.2609	s
11		3.7890	3.5453	c
12		4.3963	4.0987	c
13		4.9762	4.4736	c
14*		7.2292	5.7908	s
15*		11.9581	8.6081	s

s: suspended structure, c: cable 単位 c/s

表3(2) 水平横たわみ固有振動数の比較
中央径間、逆対称振動

次数	測定値	Abdel-Ghaffar	小松 西村	卓越部分
1	0.623	0.5652	0.5541	s & c
2		0.6429	0.6534	s & c
3		0.9957	1.0541	c
4		1.4207	1.4920	c
5		1.8816	1.9399	c
6		2.3643	2.1810	s
7		2.5791	2.3946	c
8		2.9153	2.8530	c
9		3.4899	3.3141	c
10		4.0926	3.7768	c
11		4.6936	4.2406	c
12		5.2328	4.4757	s
13		5.3112	4.7051	c
14*		9.4444	7.1756	s
15*		14.7724	10.0713	s

s: suspended structure, c: cable 単位 c/s

表4(1) おびれ固有振動数の比較
対称振動

次数	測定値	Abdel-Ghaffar	小松 西村	卓越部分
1	0.464	0.4404	0.4698	center & side
2	0.945	0.9453	0.9260	center & side
3	1.018	0.9498	0.9979	center & side
4	1.893	1.8507	1.6601	center
5	2.780	3.0793	2.4995	center
6		4.6331	3.3876	side
7		4.6593	3.4330	center
8		6.6130	4.4330	center
9		8.9545	5.4760	center
10		11.6401	6.4579	side
11		11.6920	6.5444	center
12		14.8394	7.6267	center
13		18.4134	8.7156	center
14		22.3098	9.6835	side
15		22.4344	9.8066	center

単位 c/s

表4(2) おびれ固有振動数の比較
逆対称振動

次数	測定値	Abdel-Ghaffar	小松 西村	卓越部分
1	0.740	0.5959	0.6547	center
2	0.896	0.9443	0.9922	side
3	1.425	1.3667	1.3751	center
4	2.100	2.4075	2.1643	side
5		2.4241	2.1921	center
6		3.8231	3.1013	center
7		4.6332	3.5365	side
8		5.5889	4.0810	center
9		7.6976	5.0410	side
10		7.7352	5.1083	center
11		10.2728	6.1648	center
12		11.6402	6.6134	side
13		13.2155	7.2380	center
14		16.4951	8.2146	side
15		16.5719	8.3194	center

単位 c/s