

路面不整を有する単純桁橋の走行荷重による不規則振動について

大阪大学工学部 正員 小松 定夫
 大阪大学工学部 正員 〇川 谷 充 郎
 大阪大学工学部 学生員 福 井 聡

1. まえがき 走行車両による橋梁の動的応答については、強度設計に際して用いられる活荷重の衝撃係数の定量的評価を主目的として、あるいは歩行者の振動感覚とも関連して多くの理論的および実験的研究が行われて来た。また、ここ10数年来、路面不整を有する道路橋と走行車両の非定常連成ランダム振動を、不規則振動論により評価しようと試みられて来た。^{1,2)} 本研究では、この問題の解析手法を新たに定式化する。すなわち、路面不整を有する単純桁橋と走行車両に関する連立微分方程式より、状態ベクトル表示を用いた状態方程式を誘導し、線形微分方程式の理論より得られるこの解過程を用いて、直接応答の共分散行列を求めようとするものである。本解析手法によると、路面凹凸波形のスペクトル解析により計算されるそのパワースペクトルをそのまま入力データとして用いることが可能である。

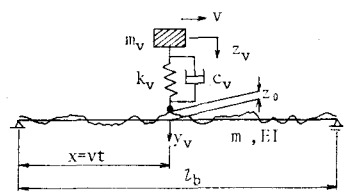
従来、走行車両は1自由度の質量-ばね系に理想モデル化されることが多かったが、橋梁の動的応答に大きな影響を及ぼす大型トラックは前後輪間隔が約4mであり、短支間橋梁を対象とする場合、これを1自由度系に置換するのは不合理であると考えられる。本研究においては、大型トラックの前後輪を考慮して2自由度系に置換した解析モデルも用いる。

2. 解析手法 ここでは、図-1(a)に示すように車両を1自由度系にモデル化した場合について述べる。橋と走行車両の連成振動の微分方程式は一般化座標 $z(t)$ を用いて次式により表わせる。

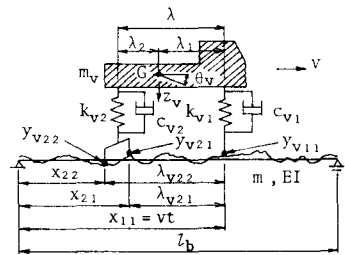
$$\left. \begin{aligned} \ddot{z}_i + 2\delta_i \omega_i \dot{z}_i + \omega_i^2 z_i &= -\frac{m_v}{M_i} \phi_i(vt) \ddot{z}_v \quad (i=1, 2, \dots, n) \\ \ddot{z}_v + 2\delta_v \omega_v \dot{z}_v + \omega_v^2 z_v &= 2\delta_v \omega_v \{\dot{z}_v - \dot{z}_v(vt)\} + \omega_v^2 \{z_v - z_v(vt)\} \end{aligned} \right\} (1)$$

ここで、 ω_i : 不規則変動量の平均値からの偏差を示す。 ω_i : 橋の第*i*次固有円振動数、 δ_i : 橋の第*i*次振動モードに対する減衰定数、 $\phi_i(vt)$: 橋の第*i*次固有振動モード、 M_i : 橋の一般化質量で、単純桁の場合 $M_i = \frac{m_l}{2}$ (一定)、 ω_v : 車の固有円振動数、 δ_v : 車の減衰定数、 z_v : 車両位置の橋のたわみ、他の記号は図-1(a)を参照。

橋と車両に関する状態ベクトル $w(t)$ と外力変数ベクトル $z(t)$ を次のようにおくと、



(a) 車両が1自由度系の場合



(b) 車両が2自由度系の場合

図-1 橋梁と車両の解析モデル

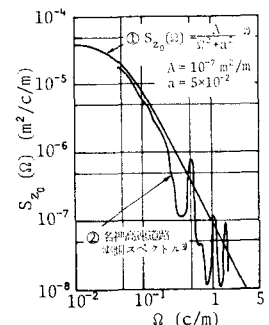


図-2 路面凹凸パワースペクトル

$$\dot{w}(t) = \{\dot{x}_1; \dot{x}_2; \dots; \dot{x}_n; \dot{x}_{n+1}; \dot{x}_{n+2}; \dots; \dot{x}_{n+m}; \dot{x}_{n+m+1}; \dot{x}_{n+m+2}; \dots; \dot{x}_{n+m+m}\}, \quad \dot{z}(t) = \{\dot{z}_1(t); \dot{z}_2(t)\} \quad (2)$$

式(1)は次式の状態方程式として表わされる。

$$\dot{w}(t) = A(t)w(t) + B(t)z(t) \quad (3)$$

初期条件 $w(t_0) = w_0$ のもとでの式(3)の解過程は、線形微分方程式の理論より次式となる。

$$w(t) = \Phi(t, t_0)w_0 + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau)B(\tau)z(\tau)d\tau \quad (4)$$

ただし、 $\Phi(t, \tau)$: 状態遷移行列。ここで初期条件について、橋は車の進入直前まで静止しているものとし、橋面上と同じ統計学的特性をもつ路面凹凸上を走行して来た車は進入直前に定常状態に達しているものと仮定する。この初期条件より、状態ベクトル $w(t)$ の共分散行列 $R_w(t, t_0)$ は次式となる。

$$R_w(t, t_0) = E[w(t)w^T(t_0)] \\ = \Phi(t, t_0) \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \int_{t_0}^{t_0} H_1(t_0, \omega) \omega \hat{S}_z(\omega) H_1^*(t_0, \omega) d\omega \end{bmatrix} \right\} \Phi^T(t, t_0) + \int_{t_0}^t H(t, \omega) \omega \hat{S}_z(\omega) H^*(t, \omega) d\omega \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここ} \text{に} \quad H(t, \omega) &= \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) B(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau, \quad H_1(t, \omega) = \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) B_1(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \\ \omega &= \begin{bmatrix} 1 & j\omega \\ -j\omega & \omega^2 \end{bmatrix}, \quad \hat{S}_z(\omega) = \frac{1}{2\pi v} S_z\left(\frac{\omega}{2\pi v}\right) : \text{路面凹凸パワースペクトル} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

添字*: 共役複素数, 添字T: 転置行列, B_1 , $\Phi(t, t_0)$: 車両-路面系状態方程式の外力変数ベクトルに掛かる係数行列およびその状態遷移行列, j : 虚数単位。
 $R_w(t, t_0)$ より橋のたわみに関する二乗平均値は次式となる。

$$R_{\eta}(t, t) = \sum_{k=1}^n \phi_k(x) \phi_k(x) R_{\xi_k}(t, t) \quad (7) \quad \text{ただし, } R_{\xi_k}(t, t) = E[\xi_k(t)\xi_k(t)]$$

3. 数値計算結果

表-1 に示す単純桁橋を対象として、図-2 に示す路面凹凸パワースペクトルモデル $S_z(\Omega) = A/(\Omega^2 + a^2)$ を用いた場合の、スパン中央におけるたわみに関する標準偏差の本解析結果と、岡林の共分散方程式による解²⁾と共に図-3 に示す。両者は良好な一致を示している。また、図-2 に示す④実測路面凹凸パワースペクトル³⁾を生のみを用いた場合と、①それを定式化したパワースペクトル $S_z(\Omega) = A/(\Omega^2 + a^2)$ を用いた場合の本解析結果を図-4 に示す。路面凹凸パワースペクトルとして①のモデルを用いた場合は②の実測値を用いた場合より、たわみの標準偏差がかなり大きくなり、実測値を入力データとして用いることができる本解析法の特長が示されたものと思われる。さらに、走行車両のモデル化の相違による橋の応答の変化を図-5 に示す。前輪1軸、後輪2軸としてモデル化した場合は1自由度系にモデル化した場合と比較して、たわみの標準偏差が約6割程度となる。これより、スパン長50m程度の橋梁の動的応答を考える場合、大型トラックの実際の軸数に合わせて走行車両を2自由度系にモデル化するのが望ましいと考えられる。

[参考文献] 1) 吉村虎彦, 考按, 土木学会論文報告集, 第258号, 1977-2. 2) 岡林, 土木学会論文報告集, 第286号, 1979-6. 3) 明倫, 森崎, 三菱重工業技報, Vol.2, No.2, 1965.

表-1 橋梁の構造諸元

スパン長 (m)	50
単位長当り重量 (t/m)	2.72
断面2次モーメント (m ⁴)	0.20095
1次固有振動数 (Hz)	2.45
減衰定数	0.02

表-2 車両諸元

重量 (t)	13.6	20.7
固有振動数 (Hz)	3.5	3.016
減衰定数	0.03	0.0681
走行速度 (m/sec)	10.0	10.0

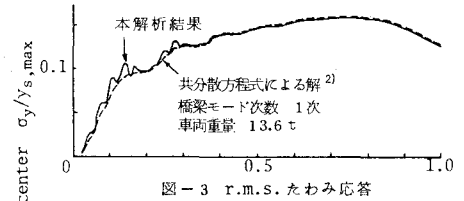


図-3 r.m.s.たわみ応答

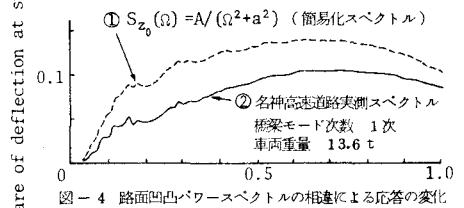


図-4 路面凹凸パワースペクトルの相違による応答の変化

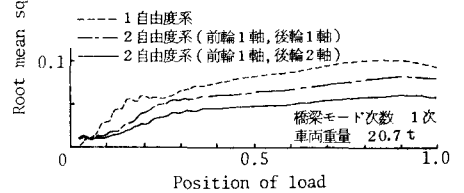


図-5 車両のモデル化の相違による応答の変化