

積分方程式法による地下空洞周辺の過渡応答解析

京都大学工学部 正員 丹羽義次
 京都大学工学部 正員 大津政康

福井大学工学部 正員 福井卓雄
 熊谷組 正員 藤本広一

1. はじめに

近年、トンネル、長大地下備蓄石油タンク等の地中構造物が巨大化する傾向にあり、これらの安全性が問われる中で、これらの構造物の的確な静的および地震等に対する動的応答の把握が要請されてきている。特に地震の多い我が国では、動的応答に対する把握は不可欠であると言える。本研究は、無限弾性体中に開削された、任意形状の十分に長い地下空洞に、空洞軸に平行な波面を持つ任意波形の平面波が入射した場合の空洞周辺の過渡応答の解析を試みたものである。

2. 定式化

いま、Fig. 1 に示されるような3次元Euclid空間内において、対象とする弾性体は等方、等質かつ線形であるとし、物体力はないものとする。また、場は静止した過去 (quiescent past) を持っていて、無限遠点においては、放射条件および正則条件が満足されているとすると、当問題は初期値境界値問題として次のように定式化される。

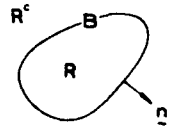


Fig. 1

基礎方程式 (弾性波動方程式) ;

$$(C_1^2 - C_2^2) \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_i} u_j(x, t) + C_2^2 \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} u_i(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_i(x, t) \quad (i, j = 1, 2, 3, \quad x \in R, B, R^c, \quad t > 0) \quad (1)$$

初期条件 ;

$$u_i(x, 0) = \dot{u}_i(x), \quad \frac{\partial}{\partial t} u_i(x, 0) = \ddot{u}_i(x) \quad (i = 1, 2, 3, \quad x \in R, B, R^c) \quad (2)$$

境界条件 ;

$$t_i(x, t) = 0 \quad (i = 1, 2, 3, \quad x \in B, \quad t > 0) \quad (3)$$

ここに、 $u_i(x, t)$, $t_i(x, t)$ はそれぞれ、場所 x , 時刻 t における変位および表面力成分を表わし、また C_1 , C_2 はそれぞれ、弾性体内の縦波および横波の速度とする。

当問題は2次元 (平面歪) 問題であることから、上に示された初期値境界値問題の解は、Fig. 2 に示されるような空間内において、動弾性学における Love の式を用いて、次のような、空間について2次元、時間について1次元の積分表示式で表わすことができる。

$$\begin{aligned} F(x) u_p(x, t) \\ = u_p^{\infty}(x, t) - \int_0^t \int_C [t_p^p(\eta, \tau) u_p(x, t-\tau) + \Delta_p^p(\eta, \tau) \dot{u}_p(x, t-\tau)] d\tau d\eta \\ (\alpha, p = 1, 2, \quad x \in D, C, D^c, \quad \eta \in C, \quad \eta = x - x, \quad t > 0) \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、 s は境界上の一点から境界上に沿って測った長さを示す変数であり、 $F(\xi)$ は $\xi \in D, C, D^c$ にしたがってそれぞれ、 $F(\xi) = 1, 0 < F(\xi) < 1, F(\xi) = 0$ である。また $u_p^{\sim}(\xi, t)$ は、入射波による変位成分を表わし、 $u_p^{\sim}(\eta, t), \dot{u}_p^{\sim}(\eta, t)$ は、それぞれ第2基本特異解の $u_a, \dot{u}_a$ に対する積分核を示す。

(4)式において、 $\xi \in C$ にとると、(4)式は境界上の変位を未知量とする第2種 Volterra 型積分方程式になる。これを解くことによって境界上の変位が決定すると、(4)式より領域内の変位が決定され、次式より境界上の接線方向応力 $\tau_{\theta\theta}(\xi, t)$ が決定される。

$$\tau_{\theta\theta}(\xi, t) = 4\rho C_2^2 \left(1 - \frac{C_2^2}{C_1^2}\right) \frac{\partial}{\partial s} u_x(\xi, t) \Delta r$$

$$(\xi \in C, t > 0) \quad (2)$$

ここに、 ρ は弾性体の密度であり、 Δ は境界上における単位接線方向ベクトルとする

3. 数値解析および解析結果

上に示した積分方程式を、未知量である境界上の変位関数に対して、境界上に沿って3次スプライン関数、時間方向には1次関数で近似することによって離散化して数値解析を行ない、境界上の変位および応力を決定した。

解析は、空洞の境界形状が円形と馬蹄形の場合、入射波が縦波と横波の場合、またその波形が定角配(応力がステップ関数)と $\sin$ 波形の場合についてそれぞれ行なった。

解析例として、円形空洞に定角配波形を持つ縦波が入射した場合の変位-時間および接線方向応力-時間曲線を Fig. 3 に示す。本解析により得られた接線方向応力の応力集中係数(接線方向応力の最大値の静的状態における値に対する比)は、1.09 ($\theta = 90^\circ, 270^\circ$, $C_1 t / 2R = 3.6$) であった。その他の解析結果の詳細については、当日発表を行なう。

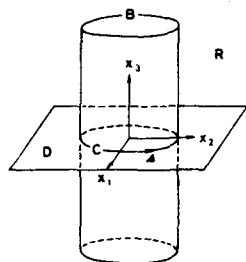


Fig. 2-1

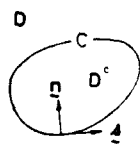


Fig. 2-2

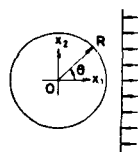


Fig. 3-1

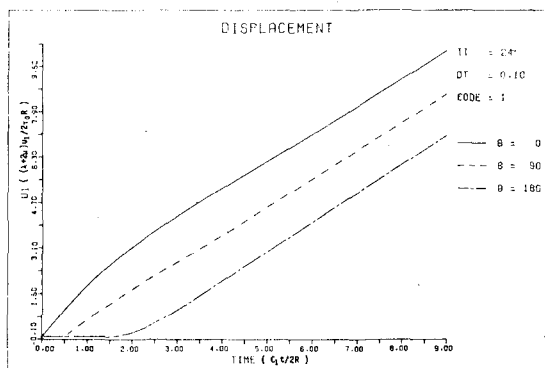


Fig. 3-2

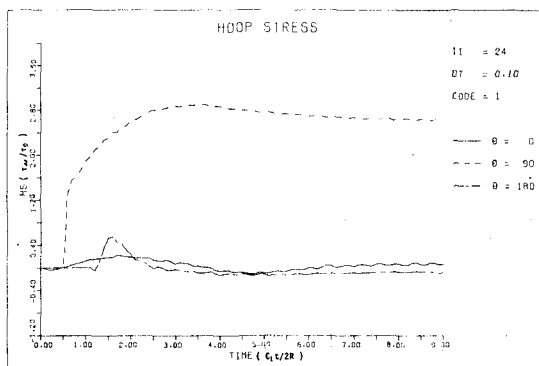


Fig. 3-3