

構造物-地盤系の積分方程式法による動的解析

京都大学工学部 正員 小林昭一
 京都大学工学部 学生員 ○梅田雄康

1. はじめに

近年, 構造物が巨大化するにつれて構造物-地盤系としてとらえ, 両者の動的相互作用を考慮したよりの確な解析が耐震設計の観点から必要になってきた。本論文は下に記した非均質な場を構造物-地盤系としてみたて, こゝにP波・S波より成る伝ば波動が入射した際の定常応答を積分方程式法により解析したものである。この積分方程式法は境界条件を満足するように場の方程式を境界上で積分するだけなので, 地盤において地表面のみを扱えばよく, 地盤内で反射波を消すための工夫をする必要がない。また, 構造物, 地盤とも境界だけを論ずればよいので, 複雑な形状のものにも簡単に適用でき, さらに, 有限要素法, 差分法に比べ小容量の計算で十分な解が得られる等の利点があるものと思われる。

2. 基礎理論と定式化

等方均質な線形弾性体の定常状態の場の式はP波・S波の速度を C_1 , C_2 とすれば次のように表わせる。

$$(C_1^2 - C_2^2) u_{j,j} + C_2^2 u_{i,jj} + \omega^2 u_i = -f_i \quad \text{--- (1)}$$

上式で, $\mathcal{L}_{ij} u_j = (C_1^2 - C_2^2) u_{j,j} + C_2^2 u_{i,jj} + \omega^2 u_i$ なる演算子 $\mathcal{L}_{ij}$ を用い, さらに物体力 f_i を無視すれば, 次のようになる。

$$\mathcal{L}_{ij} u_j = 0 \quad \text{--- (2)}$$

ここで, 式(2)を満たす2次元定常状態の基本特異解は式(4)のようになる。

$$\mathcal{L}_{ij} U_j^k(x, z) = -\delta(x-z) \delta_{ik} \quad \text{--- (3)}$$

$$U_j^k(x, z) = \frac{1}{4\pi\mu} \left[H_0''(z_2 r) \delta_{jk} - \frac{1}{2} \{ H_0''(z_1 r) - H_0''(z_2 r) \} \delta_{jk} \right] \quad \text{--- (4)}$$

相反作用の定理を用いると, 次の式(5)のSomiglianaの積分方程式が得られる。

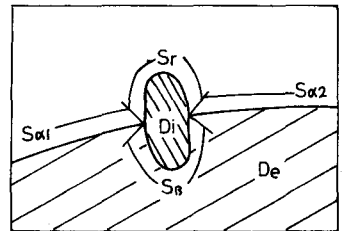
$$F(x) u_k(x) = \int_S \{ U_k^i(x, y) t_i(y) - u_i(y) T_k^i(x, y) \} dS(y) \quad \text{--- (5)}$$

$$F(x) = \begin{cases} 1, & x \in D \\ 1/2, & x \in S \\ 0, & x \in D, x \in S \end{cases}$$

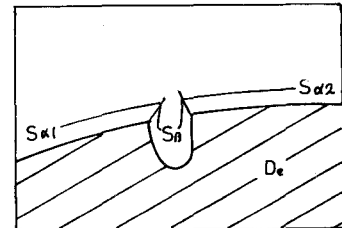
Fig. 1に示す内部領域(D_i), 外部領域(D_e)より成る非均質場において連結境界 S_0 で式(6)が成り立ち, S_{d1} , S_{d2} , S_r の境界では応力フリーの条件が成り立っている。

$$\left. \begin{aligned} t_r(\beta_1) + t_i(\beta_1) &= -t(\beta_2) && \text{力の釣合} \\ u_r(\beta_1) + u_i(\beta_1) &= u(\beta_2) && \text{変位の連続} \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (6)}$$

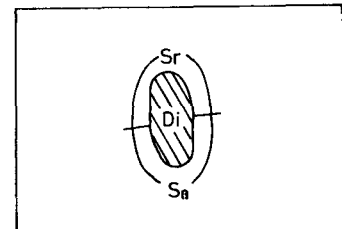
入射波動およびモデル形状を定め, 式(6)を用いて内部問題と外部問題の式を連立した方程式を解けば, 境界上の未知変位, 未知応力を求めることができる。また, それにより地盤内の変位および応力を求めることができる。



(a)



(b)



(c)

Fig. 1 Inhomogeneous field (a) separated into Exterior problem (b) and Interior problem (c).

Shoichi KOBAYASHI, Takeyasu UMEMA

3. 半無限弾性板への応用

内部領域と外部領域の物理定数をすべて同じとし、全体の形状を半無限板に近似して鉛直下方向よりS波を入射させた際の変位の応答図をFig.2に示す。なお、図中のスケールは入射波の振幅を1とした場合の各点の変位を表わすスケールである。

半無限弾性板に鉛直下方向よりP波またはS波が入射した際、入射波は応力フリーの水平境界で位相を π だけずらし、それぞれ同一波長のP波、S波のまま鉛直下方に反射し、境界での応答倍率は2倍である。Fig.2をみると、入射波の節が境界に達する奥部の変位図で各点が静止しており、腹が境界に達する虚部の変位図において応答倍率が2倍になっている。

このことは上の事実と一致し本手法の妥当性を示すものである。

なお、水平境界の有限区間の長さは入射波の波長の4~5倍程度とり、要素分割は1波長の長さにつき最低2~3個の要素をとり、中央付近でそれ以外より多少細かめに全体としてきめ細かな調和のとれた分割にしている。

4. 構造物-地盤系への応用

内部領域および外部領域をそれぞれ構造物、地盤とみなし構造物-地盤系の動的相互作用および定性的な応答特性を調べたためいくつかのパラメータを設けた。具体的には、入射波の種類および波長、構造物および地盤の物理定数としてYoung率比、構造物の形状および根入れ深さなどである。

構造物と地盤のYoung率比が10程度までは構造物は弾性変形を許容し入射波の波形に類似した変形を示すが、Young率比がそれ以上になると次第に剛体的な変形が卓越してくる。構造物と地盤の性質が同じ場合には、入射波の波長を変化させると、構造物の高さに比し同程度から3倍程度の波長が入射したとき、構造物は波動を吸収し波形に類似した比較的小さな変形を示す。これに対し波長が4倍以上になったとき構造物は一見剛体的な比較的大きな変形をする。また、このとき地表面には入射波の波長により異なった波長の表面波が認められる。この波長を変位図より読みとりTable 1に示し、同時に、Rayleigh波の波速 $C = 0.95538 C_2$ より求まる波長もTable 1に示す。Table 1より計算結果に認められる表面波の波長はRayleigh波の波長にほぼ一致し、これがRayleigh波であることがわかる。

なお、構造物-地盤系の定性的な応答特性に加えて、本手法を背面斜面、よう壁等に応用した計算例も当日に示す。

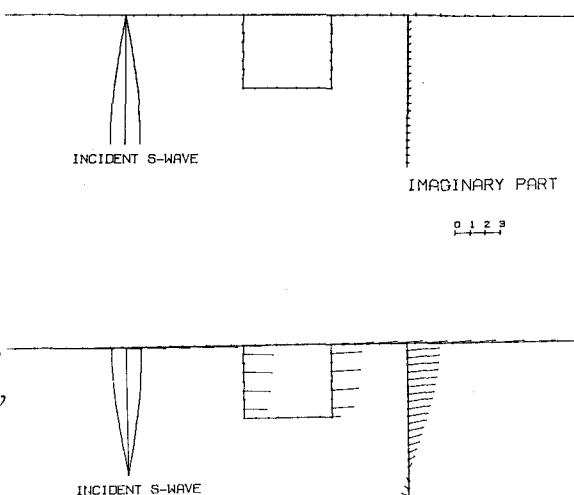


Fig.2 半無限板の変位図

入射波の種類	入射波の波長	R-波の波長	図から計った波長
S波	35	36.1	35.8
S波	50	52.3	54.7
S波	70	73.3	71.4
S波	140	146.5	144.0
S波	210	219.5	228.2
S波	280	293.1	306.1
P波	35	21.2	21.4
P波	70	42.3	40.5
P波	140	84.6	82.8

Table-1 波長の比較