

多主桁高架橋に対する伝達マトリックス—級数解法について—

中央復建コンサルタンツ 正員 〇山口 直紀
 中央復建コンサルタンツ 正員 山尾 弘昌
 大阪市立大学 正員 堀川都志雄
 大阪市立大学 正員 園田恵一郎

1 はしがき： 鉄筋コンクリート鉄道高架橋の設計においては、ラーメンとして構造解析を行うために¹⁾スラブ上の荷重の桁への分配が重要な課題となる。従来、この種の荷重分配に対して国鉄の設計基準式および H. Trost の式²⁾が用いられており、より解析を精密化するために、大型の計算機を利用した有限要素法による立体解析も行われている³⁾。しかしながら、実用設計の立場から判断すると、マイコンやミニコン等の小容量の計算機を十分に活用できる精密な解析法が望まれている。本研究では、多主桁高架橋の各主桁に分配される鉛直および捩り荷重の算定に対して、小規模の計算機に適した伝達マトリックス級数解法を提案し、この解法における計算精度について検討を加えたものである。なお、床版の面内力および面内変形を無視し、床版は横桁上で単純支持されているものとする。

2 基礎式： 図-1 に示す板要素 k に対する格点行列を次のように示す。

$$\sum_{m=1}^{\infty} \begin{bmatrix} DW_k^m \\ D\theta_k^m/dm \\ M_k^m/dm^2 \\ V_k^m/dm^3 \\ 1 \end{bmatrix} \sin dm\alpha = \sum_{m=1}^{\infty} \begin{bmatrix} \overleftarrow{\alpha}_{11}^m & \overleftarrow{\alpha}_{12}^m & \overleftarrow{\gamma}_1^m \\ \overleftarrow{\beta}_{21}^m & \overleftarrow{\beta}_{22}^m & \overleftarrow{\gamma}_2^m \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} DW_r^m \\ D\theta_r^m/dm \\ M_r^m/dm^2 \\ V_r^m/dm^3 \\ 1 \end{bmatrix} \sin dm\alpha \quad (1)$$

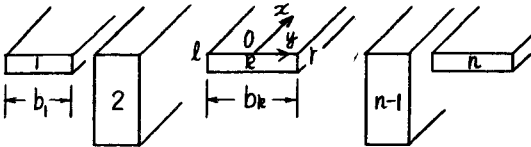
ここで、

$$dm = m\pi/a,$$

a ：横桁間隔、

D ：板剛度

図-1



$\overleftarrow{\alpha}_{ij}^m, \overleftarrow{\beta}_{ij}^m$ は座標原点を板要素 k の中央にとり、 $y = \pm bk/2$ の辺に $M_y = \sum_m M_{k, \text{sur}}^m \sin dm\alpha$, $V_y = \sum_m V_{k, \text{sur}}^m \sin dm\alpha$ を作用させた時の Levy の級数解より対称と反対称の解の和として求める。 $\overleftarrow{\gamma}_i^m$ は荷重項を表し、Navier の 2 重級数解より総和公式を用いて m についての単級数の形に変換して求める。

次に、はり $k+1$ の格点行列は式(1)と同様の級数形で与えられ、

$$\sum_{m=1}^{\infty} \begin{bmatrix} \frac{EI}{a} W_k^m \\ \frac{GJ}{a} \theta_k^m/dm \\ M_k^m/dm^2 \\ V_k^m/dm^3 \\ 1 \end{bmatrix} \sin dm\alpha = \sum_{m=1}^{\infty} \begin{bmatrix} \overleftarrow{\xi}_{11}^m & \overleftarrow{\xi}_{12}^m & \overleftarrow{\varepsilon}_1^m \\ \overleftarrow{\eta}_{21}^m & \overleftarrow{\eta}_{22}^m & \overleftarrow{\varepsilon}_2^m \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{EI}{a} W_r^m \\ \frac{GJ}{a} \theta_r^m/dm \\ M_r^m/dm^2 \\ V_r^m/dm^3 \\ 1 \end{bmatrix} \sin dm\alpha \quad (2)$$

ここで、

EI, GJ ：はりの曲げおよび
 捩り剛性を示す。

一方、節点 $k+1$ での格点行列は級数の係数間の関係において、 $Y_{r,k} = \overleftarrow{P}_{k+1} Y_{l,k+1}$ (3)

ここに、 $Y_{r,k}$, $Y_{l,k+1}$ は式(1), (2) に示した端点の状態量ベクトルを表す級数の係数であり、 $\overleftarrow{P}_{k+1}$ は節点 $k+1$ での連続条件を示す。

3 計算手順： 図-1 の様な構造系に伝達マトリックス法を適用する。左端および右端の状態量ベクトルを Y_l, Y_r

○ Yamaguchi Naoki, Yamao Hiromasa, Sonoda Keiichiro and Horikawa Toshio

とし、さらに内部の節点 k での状態量ベクトルを Y_k とすれば、

$$Y_k = \begin{bmatrix} W_k \\ M_k \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overrightarrow{a_{11,k-1}} & \overrightarrow{a_{12,k-1}} & \overrightarrow{g_{1,k-1}} \\ \overrightarrow{b_{21,k-1}} & \overrightarrow{b_{22,k-1}} & \overrightarrow{g_{2,k-1}} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{k-1} \\ M_{k-1} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

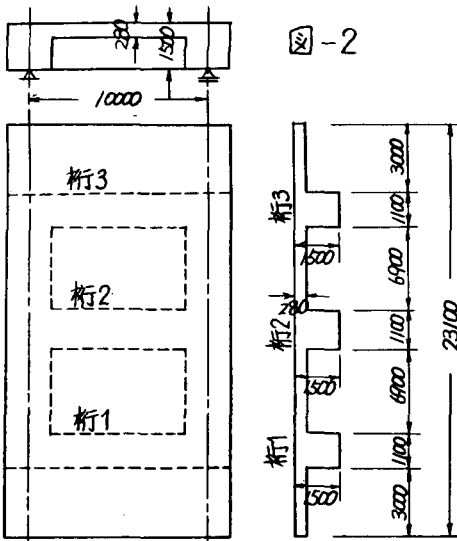
$$Y_{k'} = \begin{bmatrix} W_{k'} \\ M_{k'} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overrightarrow{a_{11,k'}} & \overrightarrow{a_{12,k'}} & \overrightarrow{g_{1,k'}} \\ \overrightarrow{b_{21,k'}} & \overrightarrow{b_{22,k'}} & \overrightarrow{g_{2,k'}} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_k \\ M_k \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

通常の伝達マトリックス法は式(4)あるいは(5)のいずれかを境界条件の下で右端あるいは左端の状態量ベクトルを決定し、それを用いて逆にさかのぼれば各節点の状態量が得られるが、精度を高めるために以下の操作を行う。

$$Y_k = \begin{bmatrix} W_k \\ M_k \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overrightarrow{b_{21,k-1}} & \overrightarrow{b_{22,k-1}} & (\overrightarrow{g_{2,k-1}} - \Lambda_1) \\ \overrightarrow{b_{21,k'}} & \overrightarrow{b_{22,k'}} & (\overrightarrow{g_{2,k'}} - \Lambda_2) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

ここで、 $k = 1, 2, \dots, n'$ 、
 Λ_1, Λ_2 は左端および右端の規定された断面力である。

4数値計算例における精度の比較： 図-2に示される3本主桁高架橋に等分布満載荷重 $q = 1 \text{ t/m}^2$ が作用する場合の各桁に分配される力を求める。鉛直および捩り荷重は分配のみを取扱うことよりフーリエ級数の初項のみとする。本計算例で用いた解析方法は、以下の通りであり、いずれもミニコンによる単精度計算である。



- ・方法1 -- 従来の伝達マトリックス法と同様、式(4)又は(5)と境界条件を用いて端点の物理量を求め、順次逆にたどって内節点を求める。
- ・方法2 -- 左端より右端の行列の乗積を行う際に、行列のルムの増大を防止するために、中村の提案した方法⁴⁾単位化法を7回施し、右端の状態量を決定した後は、方法1と同様、順次内節点を求める。
- ・方法3 -- 式(6)より、内節点の状態量を左右の境界条件よりそれぞれ独立に求める。
- ・方法4 -- 方法3と同様であるが、行列の乗積におけるルムを増大させないように、単位化を施したもの。

表-1 各方法による計算結果の比較

荷重 方法	鉛直荷重 (t)			捩り荷重 (t.m)		
	1	2	3	1	2	3
1	10.169	9.264	8.826	-3.419	-0.036	-0.266
2	8.151	9.251	8.827	2.358	0.012	-0.266
3	8.826	9.254	8.826	0.266	0.0	-0.266
4	8.826	9.254	8.826	0.266	0.0	-0.266
トレスト	9.628	10.154	9.628	-1.164	0.0	-1.164

表-2 各方法における行列演算の比較

項目 方法	格納行列 の数	行列の 乗積回数	単位化 の回数
1	7	15	0
2	7	15	7
3	14	62	0
4	14	62	56

(方法1,3のルムの増大率は 2.14×10^6 である)

1) 国鉄建造物設計標準解説，土木学会，昭和49年11月。 2) H. Frost；スラブ桁橋における荷重分配，建設コンサルタント協会大阪支部，昭和43年10月。 3) 近藤・山尾・山口；鉄筋コンクリート高架橋の設計法に関する研究，建設コンサルタント協会業務研究発表論集，昭和53年7月。 4) 中村秀吉；数値誤差の改善を考慮した伝達マトリックス法の提案，土木学会論文集，第289号，昭和54年9月。