半無限体と板との附着応力について

近畿大学理工学部　正員○谷平　勉
明石工業高等専門学校　正員　高端宏直

1. まえがき．著者らは、以前半無限弾性体上の板の曲ゲ問題を附着力のないモデルについて解析した。その時、半無限体と板との間に作用する力としては、接合面に垂直な圧縮力のみとした。この種のモデル化が適用できるものとしては、地盤上のスラブ等があろう．半無限体と平板との相互作用に関する問題を更に進展させるには、接合面に平行な力（せん断力）を取り入れる必要がある．また、まさつ力のような非線型性をも導入出来れば、なお適用範囲が拡大するものと思われる．さてここで、比較的マッシブなコンクリートに接着された鋼板の附着特性を解析することを想定し、半無限体と板との相互作用に関する構造力学的モデル化を考えてみる．すなわち半無限弾性体表面に張り付いた平板に、面内面外力、温度変化（乾燥収縮なども含む）などが作用したときの、平板の曲ゲ変形、平面応力問題による面内変形、そして附着力による半無限体表面の変形が連成して変形適合する問題を取り扱おうとするものである。特に板の変形に注目し、平面保持の仮定を保ちつつ、簡略なせん断変形の影響を取り入れる方法を模索する．なお具体的な目的としては、コンクリートと鋼板との２次元的な合成作用の状態をコンクリートの３次元的な性質を入れ、構造力学上の観点から調べようとするのが主旨である．

2. 曲ゲと平面応力の連成．

薄板の古典的仮定に基いて、曲ゲと平面応力状態とに分離して考える。接合面に作用する不静定力（垂直力と接線力（xおよびy方向））と荷重としての表面力のうち板中立面に平行な方向の力は平面応力問題のボディフォースとして作用し、面内変形u, vを生じさせる。と同時に板厚の1/2の偏心による分布の曲ゲモーメントとして、板曲ゲ作用の荷重としても考える必要がある。

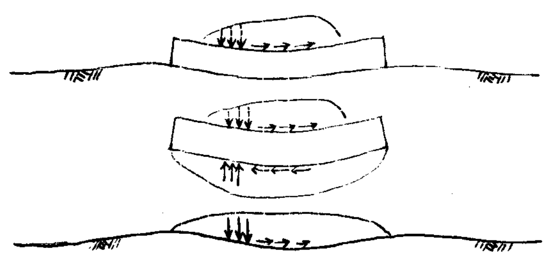

図 1

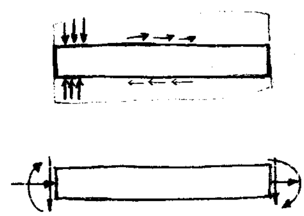

図 2

例えば、FEMによって解くとすると、鉛直分布力を各節点に分配する等価節点力に置きかえるのと同様に、この水平方向力も節点力として取り扱えばよい。平面応力解から求まるu, vと、曲ゲから求まるw, u, v.とを加算して板の接合面の変位とし、不静定力

TANIHIRA TSUTOM, TAKAHASHI HIRONAO

による半無限体表面の変位は Boussinesq, Cerruti の解より求め、それらの変位を用いて連続条件（接合条件）を作れば、1種の弾性方程式が得られる。

3. せん断変形を考慮に入れた場合

今、右図3-(a)のような半無限弾性体表面にはりが接着された状態を考えてみる。もし半無限体またははりが温度変化を一様に受け均一に膨張または収縮したとする。その時はりは接着面から力を受けて一様にのび縮みしようとする。はりが一様にのび縮みするのは、両端に集中力を受けたときであるから、半無限体から受ける力は、はり端(A, B)に集中することになる。そこで intensity は∞となる。A点は、はり軸からは偏心しているので実際は曲げ変形も関係してくると考えられるが、従来の薄板の仮定の下では、このように実情にそぐわない現象が起る。実際は図3-(b)のように変形すると考えられる。これはせん断変形が生じると共に平面保持の仮定からもはなれてしまう。そこで平面保持の仮定は取り入れて、せん断変形も考慮するには図3-(c)のように断面全体に亘って平均せん断力によって均一に変形すると仮定する。

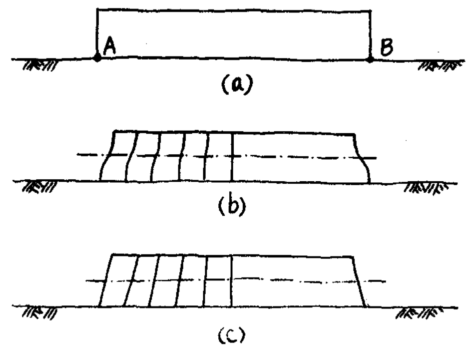

図 3

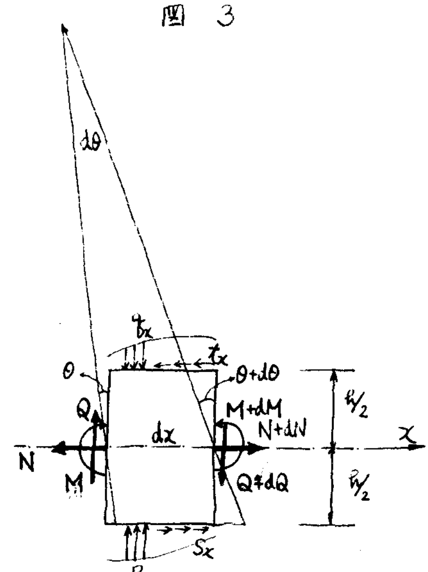

図 4

ここでせん断変形θに関する基礎式を導くために図4のような、中立軸に曲率が生じない状態での変形とつり合の関係を調べてみる。

軸方向 $\frac{dN_x}{dx}+S_x-\tau_x=0$, $\varepsilon_x=\frac{N_x}{EA}+\varepsilon_t$ ---① ここにε_tは温度変化によるひずみ

せん断力方向 $\frac{dQ_x}{dx}+q_x-P_x=0$, $\theta_x=\frac{k}{GA}Q_x$ ---② ここにkは断面形状による係数

曲げ $\frac{dM_x}{dx}-Q_x+\frac{h}{2}(S_x+\tau_x)=0$, $\frac{d\theta_x}{dx}=\frac{M_x}{EI}$ ---③

今接触面での不静定力のうちS_xのみを考えると、②, ③式より

$$EI\frac{d^2\theta_x}{dx^2}-\frac{GA}{k}\theta_x+\frac{h}{2}(S_x+\tau_x)=0 \quad \text{---④}$$

①,④式より求めたはり下面の変位uと半無限体表面の変位uを等しいとしてS_xを求める。
これを平板について考慮するには、ねじりモーメントによるせん断変形を取り入れる。