

複合方程式による2ステージサイクリングキューモデルの先式化と解法に関する研究

京都大学工学部 正員

吉川和宏

京都大学工学部 正員

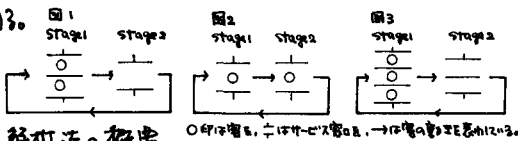
春名 次

日本工機株式会社 正員

井上満子 礎

1. はじめに

本研究では、サイクリングによる運土作業の分析に際して、線形区画される作業過程を図1の如く模式的に示し、待ち行列モデルとしてとらえて分析した。この待ち行列モデルの Stage 2 では掘削工の横込 π -コース、Stage 1 では往路運土工→帰路帰車という作業 π -コースの状態を表現している。従来は実際現象の π -コース時間分布の指数分布あるいはポアソン分布に近似する場合にのみシステムが推移する状態と遷移の微分方程式に於て先式化し、各状態確率を計算に数値解を得てきた。そこで考察した解法は従来の方法では解けなかった一般 π -コースに従う G_{π} -Queue モデルと複合方程式を導入することによる解析法に於てある。



2. 解法概要

この複合方程式を用いた G_{π} -Queue モデルの解析の方法の基本的構成を説明するために Stage 1 の客車数 (A_1) から Stage 2 の客車数 (A_2) までの系内人数 (N) の場合のモデルに於いて説明することにしよう。(以下ではこのようなモデルを記号化して ($A_1=2, A_2=1, N=2$) と記すことにする。) このシステムの状態を時間的に連続にとらえて解析することの困難性があるために、微小な単位時間 B とこの時間の経過 ($t=nB, n=0,1,2,\dots$) とをとりあつて解析することにした。

客車時刻 $t=nB$ において一般 π -コースを受けている場合の遷移に於いては、この客車単位時間 B 内に π -コースを終了する確率 x 、客車は掘削工の横込に受ける π -コース時間 S ($S=0, B, \dots, nB$) によって要する時間を記述することに必要である。

そこで本研究では客車時刻 $t=0$ において Stage 1 の客車数 (A_1 、客車2) と A_2 の客車 (客車1) から π -コースを受けている状態と初期状態として設定することから解析を始める。以下ではこの Stage 1 の客車1から π -コースを受けている客車の時間の経過に従って Stage 1 → Stage 2 → Stage 1 と

π -コースを循環する受けていく過程と、横込の発生過程とを述べる。(この場合は Stage 1 の客車2から π -コースに入る客車2が、客車2から π -コースを受けている客車2が客車2に到着して客車2と全く同様のことを繰り返す。) この B 時間ごとの時間の経過に於いて時刻 $t=nB$ に Stage 1, Stage 2 の π -コースを終了する客車割合 $x(nB), y(nB)$ と状態確率の変化を逐次解析していくのである。($x(nB), y(nB)$ を求める方法については時刻 $t=nB$ 以前の各時刻における状態確率の解析を述べておく。) この B 時間後に各 Stage の π -コースを終了する客車割合 $x\{(n+1)B\}, y\{(n+1)B\}$ と計算することになる。このとき、各客車状態における客車 Stage 1 に流入する客車割合を同時に計算することによる掘削工の横込に受けていく π -コース時間長とこの状態確率の割合を求める。次に、この割合を用いて時刻 $t=nB$ から B 時間間の推移確率を求める、次の時刻 $t=(n+1)B$ における状態確率を計算するのである。このようにして B 時間ごとの時間の経過に於いて逐次経過していくことにより各客車状態への変遷を収束するので、これを定常解と見做すことができる。

3. $x(nB), y(nB)$ の先式化

時刻 $t=0$ において Stage 1 の客車1から π -コースを受けている客車1の割合 1 となる場合、任意の時刻 $t=nB$ に Stage 1 にある Stage 2 の π -コースを終了する客車割合 $x(nB), y(nB)$ と定義すると、これは次の式で満足する。

$$0 \leq x(nB) \leq 1, 0 \leq y(nB) \leq 1, n=0,1,2,\dots \quad (1)$$

この $x(nB)$ について考えるとき時刻 $t=nB$ に Stage 1 の π -コースを終了する客車数 x の 2 の排反は客車1から考えればよい。

事象1: 時刻 $t=0$ から $t=(n+1)B$ まで継続して Stage 1 に π -コースを受けている、時刻 $t=nB$ に初めて Stage 1 の π -コースを終了する客車。この事象は、従って Stage 1 に終了する客車割合は Stage 1 の π -コース時間 T の分布の確率密度関数 $f_1(t)$ である、 $f_1(nB)$ と表わす。

この時刻にIBにおいて生起する状態を τ とする。この状態は客Aのカーブに Stage2の π - σ 2 に対応する状態 2-1 = 客Bの客Aに先行して Stage2 の π - σ 2 に対応しているために待たずに先行して作られる。Stage2 の π - σ 2 に対応する状態 2-2 は合計で τ より遅く生起する。客Aの Stage1 の π - σ 2 に対応する Stage2 に流入した時刻 $t = t_B$ 。客Aの Stage1 の π - σ 2 を終了する条件の τ より遅くこの状態が生起する確率を $\lambda_{20}(t_B)$, $\lambda_{21}(s, t_B)$ ($s = 0, B \dots IB$) と定義する。このように図のように表わされる。

$$\lambda_{20}(1B) + \sum_{s=10}^{18} \lambda_{21}(s, 1B) = 1 \quad i=0, 8 \dots n_B \quad (2)$$

・ここで乗客2-2が去った場合、客Aの待ち時間分布は、
 Stage2で先行した π -コースで受けた客Bの π -コース時間分布
 と一致する。この分布は時刻 $t = t_B$ 以前に属する経路の
 にはS時間 π -コースで受けた客がその後の時間にその π -
 コースを終了する確率密度関数 $f_2(s, t)$ に従うことがわか
 る。乗客2Aの場合、客AがStage1の π -コースを終了した時
 刻 $t = t_B$ より先にStage1を終了する時刻 $t = t_B$ まで、
 $t = (n-1)B$ 時間まで経過する。この時間内に客Aが
 Stage2とStage1の π -コースを終了する確率はStage2
 の待ち時間確率密度関数 $f_2(s, t)$ とStage2お
 いてStage1の π -コース時間確率密度関数 $f_1(t)$ およ
 び $f_1(t)$ と t の関数として計算できる。よってこれを $x(nB)$
 関数のように定式化することが出来る。

$$\cdot x(nB) = f_1(nB) + \sum_{i=0}^{(n-1)B} x(iB) [\lambda_{20}(iB) f_{21}\{(n-i)B\} \\ + \sum_{s=0}^{iB} \lambda_{21}(s, iB) f_{221}\{s, (n-i)B\}]$$

$f_{24} = f_2 * f_1, f_{224} = f_2(s, z) * f_{21}$

また $Y(nB)$ は時刻 $T = nB$: stage 1 終了時刻
 $T = (n-1)B$ 時刻間にある stage 2 終了時刻合計
 算可能なものの、次のように定式化することはできる。

$$Y(nB) = \sum_{i=0}^{nB-nB} x(iB) \lambda_{20}(iB) f_2[(n-i)B] + \sum_{i=1}^B \lambda_{21}(s_i B) f_{22}[s_i (n-i)B] \quad (4)$$

4.時刻 $t = t_B$: 右の図より、

時刻 $t = nB$ にありて生起する状態を各stageに "

る客数の組合せに、分けて。まず Stage 2 で カーブス に
受けている客について、さらに 図 3 並列列に受けてきた
 カーブス 時間長 $S = (s_0, s_1, \dots, s_n)$ において $(n+1)$ 通りに
分けて考える。11 単位時間 B を後述小にとり、この

B時間内では1人の客が n 個のStageのカー
パスに終了しえなると仮定できる。時刻 $t = nB$ にお
いて上記の各状態確率の既知であると各Stageの
カーパスを受けている客のその後B時間内に終了可
る確率は適宜連続的に受けてきたカーパス時間のか
かっているのだから簡単に求めることができる。従ってB時
間内に生じる客の遷移の組合せを考えると、各状態
確率間の遷移確率を計算するに於ては時刻
 $t = (n+1)B$ において状態確率を計算することになる。

以上で簡単に述べた問題を解くには ($A_1=2, A_2=1, N=2$) のケーザ条件をもつ Cyclic-Quene についでて同様に解ける。以下ではケーザ条件を拡張した場合は合にどのような解法があるかを考える。

5. 両stageで待行列に0が生じる場合。(例2)

時刻 $t = iB$: 全ての Stage の π -CS を終了した客が3
 時間 $(iB, (i+1)B)$ にわたる任意の時刻 $t = jB$: Stage 2 を終
 了した Stage 1 に流入する客の70%である。すなわち時刻 $t = iB$:
 から $\lambda_{20}(iB)$, $\lambda_{21}(iB)$ まで入る。この時刻 $t = jB$:
 Stage 2 の CS に π -CS と受けた乗客と待客行列
 に入った乗客の合計、すなわち及座客乗客の生じた遅延
 を計算すればよい。

6. 各stage的总数, 系内各数+增加1. 场合. (图3)

Stage 1では客の π -コストは g_{π} に独立であるから Stage 1 の g_{π} は客の π -コストを貸与せざる客の数 n に比例して増加する。また、待ち時間分布は客の客 Stage 1 の π -コストを終了して、他方の Stage 1 に流入した際、先行した π -コストを貸与している客数によって $f_1(r)$ である。 $f_2(r)$ の数は貸与していない g_{π} によって明らかである。

7. おかりに

以上の方法によって一般カーブの増減 2 Stage Cycle の
① 増減の定常解を求めることと示したが、増減の關係と計算結果
とをより正確に、今後の試験については、減速時に、100% とする。